JRAG
نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی
دوره ۶، شماره ۲، ۱۳۹۹، صفحات ۲۴۹–۲۵۸
شناسه دیجیتال (DOI): 10.22044/JRAG.2020.9375.1279

بهبود محاسبه ماتریس هسته در مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی به روش ترکیبی

سحر معظم[1]، حمید آقاجانی[2]* و علی نجاتی کلاته[2]

۱- دانشجوی دکتری مهندسی معدن، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود
۲- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۲/۱۴؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۱/۲۷

* نویسنده مسئول مکاتبات: **haghajani@shahroodut.ac.ir**

واژگان کلیدی

ماتریس هسته
مدل‌سازی وارون
گرانی
زمان محاسبات
کانسار پلی متال اووید

چکیده

مدل‌سازی داده‌های گرانی با روش‌های مختلفی، از جمله روش‌های مدل‌سازی پیشرو و وارون انجام می‌شود. برای مدل‌سازی خطی ساختارهای زیرسطحی، زمین به سلول‌های مکعبی با چگالی ثابت تقسیم شده و مقادیر ماتریس هسته محاسبه می‌شود. برای محاسبه ماتریس هسته روش‌های تحلیلی و عددی فراوانی وجود دارد. روش‌های تحلیلی هرچند دقت خوبی دارند؛ ولی زمانبر هستند. در حالی که روش‌های عددی سریعتر و نسبت به روش‌های تحلیلی از دقت کمتری برخوردارند. از جمله این شیوه‌های تحلیلی، روش پلوف است که برای محاسبه ماتریس هسته می‌توان از آن استفاده نمود. از روش جرم نقطه‌ای که از روش‌های عددی است نیز می‌توان برای محاسبه ماتریس هسته بهره‌مند شد. این روش نسبت به روش پلوف به زمان محاسبه کمتری نیاز دارد و دقت آن هم برای مدل‌سازی مناسب است. هر چند براساس پژوهش‌های انجام شده این روش برای محاسبه دو ردیف اول سلول‌های مکعبی پارامترهای مدل از دقت مناسبی برخوردار نیست. بنابراین با استفاده از این روش انتظار یک مدل‌سازی خوب وجود ندارد.
به منظور رفع این مشکل و استفاده از سرعت محاسبات روش جرم نقطه‌ای، در این مقاله روش ترکیبی ارائه شده است که در آن همزمان از روش تحلیلی پلوف و روش عددی جرم نقطه‌ای برای محاسبه ماتریس هسته استفاده می‌شود. به این ترتیب در عین حفظ دقت، سرعت انجام محاسبات را بهبود می‌بخشد. برای محاسبه ماتریس هسته مورد نیاز در مدل‌سازی وارون، دو ردیف اول پارامترهای مدل به روش تحلیلی پلوف و ردیف‌های بعدی به روش عددی جرم نقطه‌ای محاسبه می‌شود. برای بررسی و کارایی این روش جدید، مدل‌سازی وارون بر روی داده‌های حاصل از چندین مدل مصنوعی متفاوت و همچنین برای داده‌های گرانی برداشت شده در کانسار معدنی چند فلزی (پلی متال) نیکل، کبالت و مس اووید در کشور کانادا انجام شد. نتایج حاصل از این روش مدل‌سازی نشانگر آن است که زمان محاسبه ماتریس بهبود چشم‌گیری یافته و مقدار خطای مدل‌سازی نیز با توجه به ابعاد سلول‌ها بسیار کمتر شده است.

۱- مقدمه

برای مدل‌سازی داده‌های میدان پتانسیل مثل داده‌های گرانی از روش‌های مختلفی نظیر روش‌های مدل‌سازی پیشرو و وارون استفاده می‌شود. در مدل‌سازی پیشرو یک مدل اولیه برای توده منشاء براساس اطلاعات زمین‌شناسی یا ژئوفیزیکی ساخته می‌شود. بی‌هنجاری حاصل از مدل محاسبه و با بی‌هنجاری اندازه‌گیری شده (داده‌های واقعی) مقایسه می‌شود؛ تا پارامترهای مدل تنظیم و برازش بین دو بی‌هنجاری بهتر شود (Blakely, 1996). مدل‌سازی پیشرو نقش مهمی در تفسیر داده‌های ژئوفیزیکی به ویژه داده‌های گرانی و مغناطیس دارد. این مدل‌سازی مبنایی برای مدل‌سازی وارون نیز بشمار می‌آید (Yao et al., 2007).

وارون‌سازی روشی ریاضی است که به صورت خودکار ویژگی‌ها و پارامترهای فیزیکی سیستم مورد مطالعه را از داده‌های برداشت شده با واردکردن اطلاعات اولیه با کمک روش‌ها و عملگرهای ریاضی بازسازی می‌کند (Foks et al., 2014). مسائل وارون بر مبنای رابطه میان تغییر پارامترهای مدل و اثرات متقابل آنها روی داده‌های مشاهده‌ای مانند رابطه بین چگالی و میدان گرانی در روش گرانی‌سنجی است.

در مدل‌سازی وارون خطی داده‌های گرانی، فرض می‌شود که زیر سطح زمین به صورت بلوک‌های مکعبی با چگالی ثابت تشکیل شده است؛ که چگالی هریک از این بلوک‌ها با حل مساله وارون خطی تخمین زده می‌شود (Boulanger and Chouteau, 2001). به این منظور ابتدا باید اثر میدان گرانی این بلوک‌ها محاسبه شود. به همین دلیل ماتریس هسته محاسبه و در پارامترهای مدل که در اینجا چگالی هستند، ضرب می‌شود. برای محاسبه ماتریس هسته میدان گرانی، حجم و زمان محاسبات زیاد است.

در بیشتر روش‌های وارون داده‌های گرانی با توجه به حجم زیاد داده‌های برداشت شده بر روی مناطق اکتشافی با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری جدید و افزایش تعداد پارامترهای مدل، نیاز به حجم زیاد حافظه رایانه و زمان زیاد پردازش داده است (Foks et al., 2014).

روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی پیشرو برای محاسبه ماتریس هسته و بدست آوردن بی‌هنجاری میدان گرانی به کار رفته است (Barnett 1976; Okabe, 1979; Gotze and Lahmeyer, 1988; Yao and Changli, 2007;).یکی از روش‌های ارائه شده توسط پژوهشگران، روش تحلیلی است (Bhattacharyya, 1964; Nagy, 1966; Plouff, 1976; Nagy et al., 2000)

در روش تحلیلی مانند روش پلوف محاسبه اثر گرانی اجسام و ساختارهای زیرسطحی با دقت بالایی انجام می‌شود؛ ولی این عمل زمانبر است. زیرا در حل تحلیلی انتگرال برای محاسبه اثر میدان گرانی هریک از بلوک‌های زیرسطحی باید ۱۶ بار لگاریتم، ۸ مرتبه معکوس توابع مثلثاتی، ۶۴ دفعه ضرب، ۸ مرتبه تقسیم و ۱۲۰ بار عملیات جمع و تفریق انجام شود. به این ترتیب محاسبات اثر گرانی برای یک بلوک در یک نقطه مشاهده‌ای زیاد است و اگر تعداد بلوک‌ها افزایش یابد، حجم محاسبات کل برای یک پروفیل یا یک شبکه داده بسیار بزرگ و زمانبر خواهد بود (Wang et al., 2017).

به منظور کاهش زمان محاسبات در این گونه مسائل، پژوهشگران روش‌های عددی را برای حل مساله پیشرو ارائه داده‌اند. برای مثال، روش عددی جرم نقطه‌ای برای مدل‌سازی داده‌های هوابرد ارائه شده است (Zhdanov, 2002). روش تبدیل فوریه سریع نیز برای محاسبه ماتریس هسته استفاده شده است (Tontini et al., 2009). محاسبه داده‌های گرانی با استفاده از روش عددی اجزای محدود انجام شده است (May and Knepley, 2011). همچنین در برخی منابع برای رفع این مشکل از برنامه نویسی موازی برای محاسبه ماتریس هسته داده‌های میدان پتانسیل استفاده شده است (Čuma et al., 2012). روش حجم‌های محدود برای مدل‌سازی پیشرو داده‌های گرانی بکار برده شده است (Jahandari and Farquharson, 2013). در برخی منابع برای محاسبه مدل‌سازی پیشرو داده‌های گرانی از روش اجزای طیف استفاده شده است (Martin et al., 2017).

در بین روش‌های عددی ارائه شده، روش جرم نقطه‌ای که در واقع حل عددی انتگرال به روش تربیعی گوس یک نقطه‌ای است، جزء سریع‌ترین روش‌های محاسبه ماتریس برای داده‌های هوابرد می‌باشد. ولی طبق پژوهش‌های صورت گرفته، برای کاربرد این روش بر روی داده‌های زمینی محدودیت وجود دارد. اگر فاصله داده برداشت شده تا مرکز بلوک‌های تشکیل دهنده مدل از دو برابر طول ساق‌های بلوک کمتر باشد، در این حالت دقت محاسبه داده گرانی بسیار کم می‌شود، به‌گونه‌ای که برای داده‌های زمینی قابل استفاده نیست (Jessop and Zhdanov, 2005) و به همین دلیل کمتر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است.

در این مقاله به منظور رفع این مشکل در محاسبه ماتریس هسته، از ترکیب دو روش پلوف و جرم نقطه‌ای استفاده شده است؛ تا مشکلاتی را که برای بلوک‌های سطحی در مدل‌سازی وارد می‌شود، مرتفع گردد. به صورتی که برای دو ردیف اول بلوک‌ها که متناظر با دو برابر طول ساق بلوک بوده و در نزدیکی سطح زمین است؛ از روش پلوف و برای ردیف‌های بعدی از روش جرم نقطه‌ای برای محاسبه اثر گرانی بلوک‌ها بر روی داده‌ها در ماتریس هسته استفاده شده است؛ تا به این صورت سرعت مدل‌سازی پیشرو داده‌های گرانی را بهبود بخشد.

۲- روش کار

در مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی، ابتدا زیرسطح زمین به بلوک‌های مکعبی با ابعاد یکسان تقسیم می‌شود. تباین چگالی هریک از این بلوک‌ها پارامترهای مدلی است که باید در طی فرآیند وارون‌سازی برآورد شود (رضایی و همکاران، ۱۳۹۳). رابطه بین پارامترهای مدل و داده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G = md \qquad (۱)$$

که در آن $d \in R^N$ بردار داده‌های اندازه‌گیری شده، $m \in R^M$ بردار پارامترهای مدل (چگالی) و $G \in R^{N \times M}$ ماتریس هسته است، که ارتباط بین داده و پارامترهای مدل را برقرار می‌کند (Aster et al., 2013).

هدف از مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی محاسبه بردار پارامترهای مدل با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده است؛ به طوری که توزیع چگالی کانی‌ها و سنگ‌ها را در زیر زمین تفسیر کند و مدل ارائه شده از نظر زمین‌شناسی قابل قبول باشد. در این راستا محاسبه ماتریس هسته یکی از مراحل مهمی است که با توجه به افزایش حجم داده‌ها در زمان مدل‌سازی نقش مهمی ایفا می‌کند.

۲-۱- محاسبه ماتریس هسته

مولفه قائم شتاب گرانی ناشی از یک جسم زیر سطح زمین، در مختصات دکارتی به صورت زیر تعریف می‌شود (Blakely,1996):

$$g(x_i,y_i,z_i)=\gamma\int_{z'}\int_{y'}\int_{x'}\rho(x',y',z')\frac{(z-z')}{r^3}dx'dy'dz' \tag{۲}$$

که در آن $\rho(x',y',z')$ چگالی جرم جسم قرار گرفته در نقطه‌ای به مختصات (x',y',z')، γ ثابت جهانی گرانش و r فاصله بین نقطه اندازه‌گیری گرانی تا مرکز جسم است؛ که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2} \tag{۳}$$

اگر زیر سطح زمین به M بلوک تقسیم شود، مقدار بی‌هنجاری گرانی در نقطه (x_i,y_i,z_i) بر روی سطح زمین به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g_i=\sum_{j=1}^{M}G_{ij}\rho_j \quad i=1,2,\ldots,N \tag{۴}$$

که در آن g_i، i امین داده بوده و ρ_j نیز j امین پارامتر مدل است. $G_{i,j}$ عددی است که رابطه میان i امین داده با j امین پارامتر مدل را برقرار می‌کند و یکی از درایه‌های ماتریس هسته است. درایه‌های ماتریس هسته را می‌توان با روش‌های فراوانی بدست آورد؛ که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌شود.

۲-۱-۱- روش تحلیلی پلوف

پلوف (۱۹۷۶) روشی تحلیلی برای حل انتگرال رابطه (۲) و محاسبه گرانی یک منشور چهار وجهی ارائه کرد. درایه‌های ماتریس $G_{i,j}$ (در رابطه **Error! Reference source not found.**) را می‌توان بوسیله رابطه پلوف محاسبه کرد. اگر یک منشور چهار وجهی با چگالی یکنواخت ρ در نظر گرفته شود و اگر داده گرانی در مرکز مختصات قرار گرفته باشد، شتاب گرانی قائم ناشی از منشور در مرکز مختصات به صورت رابطه ۵ محاسبه می‌شود:

$$g=\gamma\rho\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\mu_{ijk}[z'_k\arctan\frac{x'_iy'_j}{z'_kR_{ijk}}-x_i\log\left(R_{ijk}+y'_j\right) -y_j\log\left(R_{ijk}+x'_i\right)] \tag{۵}$$

که در آن؛

$$R_{ijk}=\sqrt{x_i'^2+y_j'^2+z_k'^2}\quad,\mu_{ijk}=(-1)^i(-1)^j(-1)^k \tag{۶}$$

که (x'_i,y'_l,z'_k) مختصات چهار گوشه بلوک هستند. با استفاده از رابطه (۵) می‌توان اثر گرانی هر بلوک زیر سطحی را محاسبه و با جمع کردن آنها میدان گرانی اجسام با چگالی مختلف را به‌دست آورد (Blakely, 1996).

۲-۱-۲- روش جرم نقطه‌ای

روش جرم نقطه‌ای روش حل عددی انتگرال رابطه (۲) است؛ که برای تخمین داده‌های گرانی و محاسبه ماتریس هسته استفاده می‌شود. در این روش فرض می‌شود جرم هر بلوک در یک نقطه و در مرکز آن قرار گرفته، با داشتن مختصات مرکز بلوک و مختصات نقطه ای که داده گرانی در آن مجهول است، می‌توان مقدار گرانی را در آن نقطه محاسبه کرد. با فرض قرارگرفتن نقطه مورد محاسبه در مرکز مختصات دکارتی، مقدار گرانی در این نقطه با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود (Zhdanov, 2009):

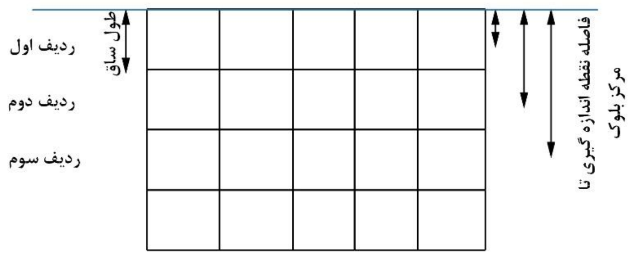
$$g=\gamma\rho\frac{z'}{r_{ij}^3}dx'dy'dz' \tag{۷}$$

$$r_{ij}=\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2} \tag{۸}$$

r_{ij} فاصله نقطه اندازه‌گیری تا مرکز بلوک است و dx، dy و dz طول ساق‌های بلوک هستند.

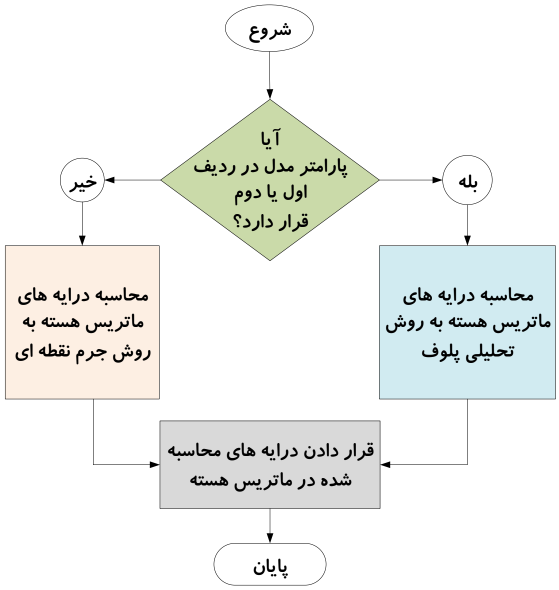
۲-۱-۳- روش ترکیبی

همان‌طورکه پیشتر بیان شد، روش جرم نقطه‌ای برای داده‌های هوابرد کاربرد دارد و بر روی داده‌های زمینی با محدودیت مواجه است. اگر فاصله داده برداشت شده تا مرکز بلوک از دو برابر طول ساق‌های بلوک کمتر باشد، در این حالت دقت محاسبه داده گرانی بسیار کم می‌شود؛ به‌گونه‌ای که این روش قابل استفاده نیست (شکل ۱). ثابت شده است که با این روش زمانی که عمق مرکز بلوک کمتر از دو برابر طول ساق باشد، خطای محاسبه درایه‌های ماتریس هسته برای آن بلوک بیش از یک درصد است (Jessop and Zhdanov, 2005).



شکل ۱: نمایی از تقسیم‌بندی زیرسطح زمین

به منظور کاربرد روش جرم نقطه‌ای برای داده‌های زمینی، در این مقاله روش ترکیبی ارائه شده است. بدین ترتیب که برای دو ردیف اول بلوک‌های مکعبی که دو برابر طول ساق بلوک در نزدیکی سطح زمین هستند، از روش پلوف استفاده شده است و برای ردیف‌های بعدی از روش جرم نقطه‌ای برای محاسبه اثر بلوک‌ها بر روی داده‌ها در ماتریس هسته استفاده شده است. شکل ۲ روند اجرای برنامه برای محاسبه هریک از درایه‌های ماتریس هسته را نشان می‌دهد.



شکل ۲: روند نمای روش ترکیبی

۲-۲- مدل‌سازی وارون

یکی از روش‌های متداول برای رسیدن به مدل وارون، کمینه کردن تابع هدف تیخونوف است؛ که از یک تابع عدم برازش و یک تابع پایدارساز تشکیل شده است (Portniaguine and Zhdanov, 2002).

$$p^{\alpha}(\mathbf{m}) = \phi(\mathbf{m}) + \alpha s(\mathbf{m}) \qquad (۹)$$

تابع عدم برازش $\phi(\mathbf{m})$، وظیفه برازش داده‌های مشاهده‌ای با داده‌های محاسبه‌ای از پارامترهای مدل را دارد. α پارامتر منظم‌سازی است؛ که رابطه بین بهترین برازش و منطقی‌ترین تابع پایدارساز را برقرار می‌کند. تابع پایدارساز $s(\mathbf{m})$، تابعی است که ویژگی‌های مدل و در واقع اطلاعات اولیه را در فرآیند وارون‌سازی وارد می‌کند. تابع پایدارساز پشتیبان کمینه[1] از توابع پایدارساز متمرکز است؛ که مدل‌هایی با تصاویر متمرکز یا بلوکی ارائه می‌کند و مطابق رابطه (۱۰) تعریف شده است (Portniaguine and Zhdanov, 1999):

$$\mathbf{W}_e = \mathbf{diag}\left[\frac{1}{\left(m^2+\varepsilon^2\right)^{1/2}}\right] \qquad (۱۰)$$

که در آن ε دارای مقدار عددی کوچک بوده و به آن پارامتر تمرکز گفته می‌شود.

پرتیناگواین و ژدانوف (۱۹۹۹) روش ساده‌ای برای حل مساله وارون متمرکز داده‌های میدان پتانسیل براساس الگوریتم گرادیان مزدوج دوباره وزن‌دار منظم‌شده[2] توسعه دادند که در جدول ۱ بیان شده است (Zhdanov, 2002).

جدول ۱: الگوریتم گرادیان مزدوج دوباره وزن‌دار منظم شده (Zhdanov, 2002)

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{G}(\mathbf{m}_n) - \mathbf{d}, \quad \mathbf{s}_n = \mathbf{W}_{en}\mathbf{W}_m(\mathbf{m}_n),$$

$$\mathbf{I}_n^{\alpha}(\mathbf{m}_n) = \mathbf{I}^{\alpha_n}(\mathbf{m}_n) = \mathbf{G}^T\mathbf{W}_d^2\mathbf{r}_n + \alpha_n\mathbf{W}_{en}\mathbf{W}_m\mathbf{s}_n,$$

$$\beta_n^{\alpha} = \frac{\left\|\mathbf{I}_n^{\alpha_n}\right\|^2}{\left\|\mathbf{I}_{n-1}^{\alpha_{n+1}}\right\|^2}, \quad \tilde{\mathbf{I}}_n^{\alpha_n} = \mathbf{I}_n^{\alpha_n} + \beta_n^{\alpha_n}\tilde{\mathbf{I}}_{n-1}^{\alpha_{n-1}}, \quad \tilde{\mathbf{I}}_0^{\alpha_0} = \mathbf{I}_0^{\alpha_0},$$

$$k_n^{\alpha_n} = \frac{\left(\tilde{\mathbf{I}}_n^{\alpha_n^T}\mathbf{I}_n^{\alpha_n}\right)}{\tilde{\mathbf{I}}_n^{\alpha_n^T}\left(\mathbf{G}^T\mathbf{W}_d^2\mathbf{G} + \alpha\mathbf{W}_{en}^2\mathbf{W}_m^2\right)\mathbf{I}_n^{\alpha_n}},$$

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n - k_n^{\alpha_n}\tilde{\mathbf{I}}_n^{\alpha_n}, \quad \gamma = \frac{\left\|\mathbf{s}_{n+1}\right\|^2}{\left\|\mathbf{s}_n\right\|^2},$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n, \quad if\ \gamma \le 1, \quad and \quad \alpha_{n+1} = {\alpha_n}/{\gamma}, \quad if\ \gamma > 1$$

$$\alpha'_{n+1} = q\alpha_{n+1}, \quad q<1, if\ \left\|\mathbf{W}_d\mathbf{r}_n\right\|^2 - \left\|\mathbf{W}_d\mathbf{r}_{n+1}\right\|^2 < 0.01\left\|\mathbf{W}_d\mathbf{r}_n\right\|^2$$

در الگوریتم بالا؛ $\mathbf{W}_d$ ماتریس وزنی داده‌ها است؛ که بر اساس انحراف معیار نوفه داده‌ها، σ ساخته شده است:

$$\mathbf{W}_d = \mathbf{diag}\left({1}/{\sigma_i}, \ldots, {1}/{\sigma_N}\right) \qquad (۱۱)$$

$\mathbf{W}_m$ ماتریس وزنی عمقی است (Li and Oldenburg, 1998):

$$\mathbf{W}_m = \frac{1}{Z} \qquad (۱۲)$$

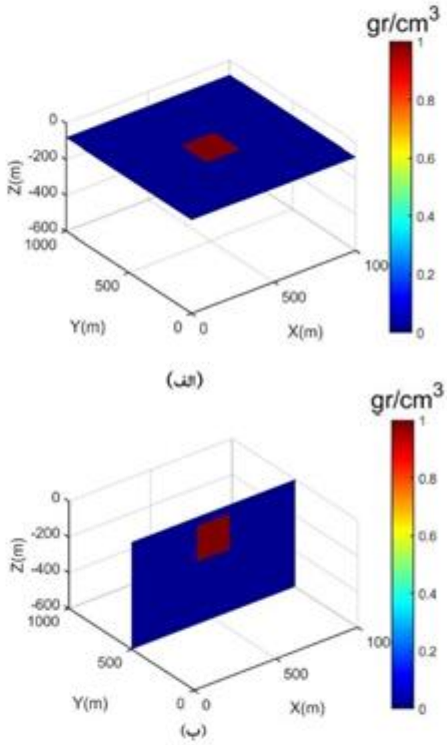
که در آن؛ Z برابر عمق پارامتر مدل است. برای انجام محاسبات مورد نظر و کدنویسی، در این تحقیق از رایانه‌ای با حافظه موقت (RAM) ۱۶ گیگابایت و پردازنده Core i7 استفاده شد.

۳- مدل مصنوعی

به منظور بررسی مزایای روش ترکیبی ارائه شده در مدل‌سازی وارون و مقایسه نتیجه کار آن با روش تحلیلی، از مدل مصنوعی با بلوک مکعبی استفاده شد. سطح بالایی بلوک در عمق ۵۰ متری است و تا ۲۵۰ متر از سطح زمین گسترش یافته است. اختلاف چگالی بلوک با سنگهای اطراف یک گرم بر سانتیمتر مکعب در نظر گرفته شده است. داده‌های حاصل از مدل مصنوعی برروی شبکه‌ای منظم با فواصل ۲۵ × ۲۵متری و با گسترش ۱۰۰۰ × ۱۰۰۰ متر محاسبه شده است. محدوده مدل‌سازی به سلول‌های مکعبی با ابعاد ۲۵ متر تقسیم شده است. بنابراین تعداد پارامترهای مدل برابر با ۳۸۴۰۰ = ۴۰ × ۴۰ × ۲۴ است (شکل ۳).

1 Minimum Support

2 Reweighted Regularized Conjugate Gradient (RRCG)



شکل ۳: الف- برش افقی در عمق ۸۰ متری از سطح زمین و ب-برش قائم در فاصله ۵۰۰ متری از مبداء موازی محور X

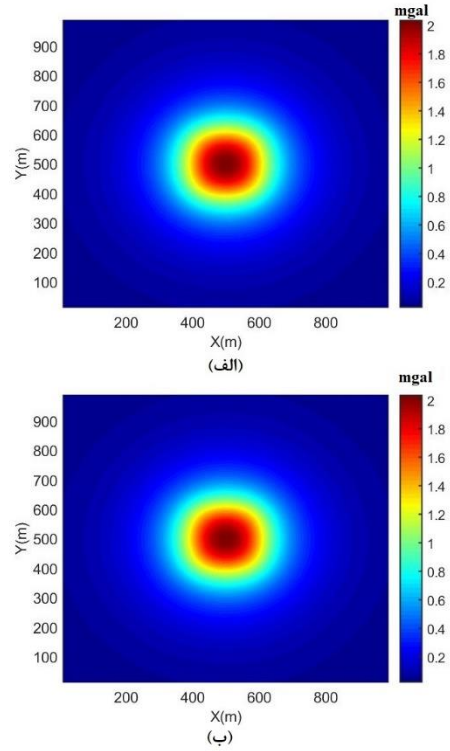
همان طور که قبلاً بیان شد، برای تعیین مقادیر ماتریس هسته داده‌ها از دو روش تحلیلی پلوف و روش ترکیبی جدید استفاده شد (شکل۴).

خطای محاسبه داده‌ها در روش ترکیبی برای مدل‌های مصنوعی با استفاده از رابطه زیر محاسبه شده است:

$$error = \frac{\|d_2 - d_1\|}{\|d_1\|} \times 100 \qquad (۱۳)$$

که در آن d_2 داده به دست آمده از روش ترکیبی و d_1 داده بدست آمده به روش تحلیلی پلوف است. مقدار خطای محاسباتی برای این مدل مصنوعی برابر ۰/۰۰۲ درصد است؛ که مقدار بسیار کوچکی است. در عین حال با توجه به زمان محاسبه داده‌ها در دو روش که در جدول (۲) آمده، می‌توان گفت که زمان محاسبه داده‌ها به روش ترکیبی بسیار سریع‌تر و حدود ۸/۵ برابر کمتر از زمان محاسبه به روش تحلیلی پلوف است.

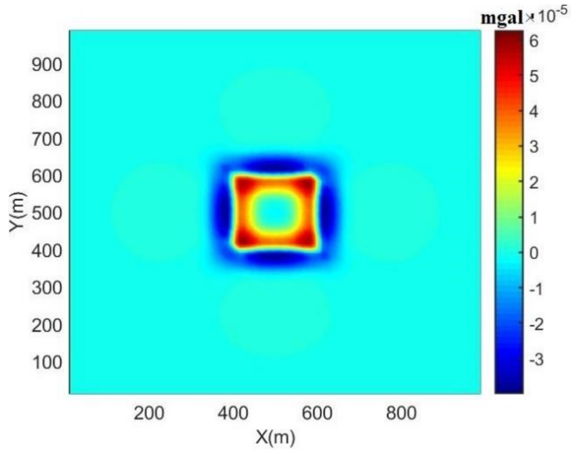
اختلاف بین داده‌های بدست آمده از دو روش ذکر شده که به صورت نقشه در شکل ۵ نشان داده شده، بیانگر دقت مناسب این روش است.



شکل ۴:نقشه داده گرانی حاصل از داده مصنوعی الف- روش پلوف، ب-روش ترکیبی

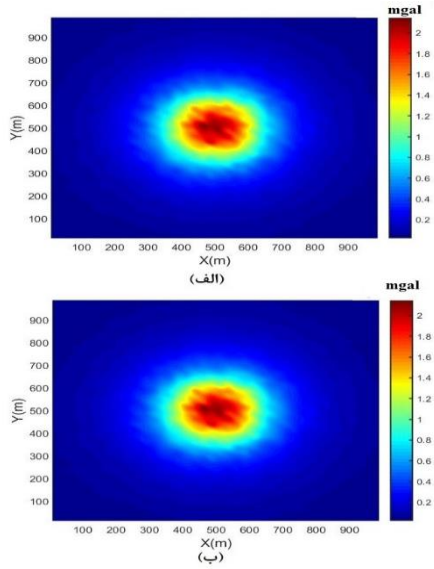
جدول ۲: مقایسه زمان

مدل‌ها	زمان محاسبه داده به روش پلوف (ثانیه)	زمان محاسبه داده به روش ترکیبی (ثانیه)
مدل مصنوعی	۴۱۷/۶۱	۴۹
مدل واقعی	۱۵۳۴/۸	۲۰۹

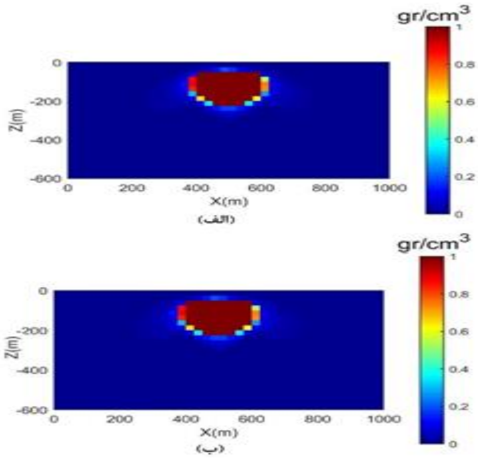


شکل ۵: نقشه داده گرانی حاصل از اختلاف داده مصنوعی به روش پلوف و ترکیبی

به منظور بررسی میزان حساسیت روش به داده‌های نوفه‌ای، ۵ درصد نوفه تصادفی با توزیع نرمال به داده‌ها اضافه شد (شکل۶). مدل‌سازی وارون متمرکز داده‌ها برای هر دو روش به صورت جداگانه به روش RRCG انجام شده است. نتیجه وارون‌سازی داده‌ها نشانگر آن است که نتایج بدست آمده برای هر دو روش یکسان است (شکل۷).



شکل ۶: نقشه داده‌های گرانی حاصل از داده‌های مصنوعی همراه با نوفه الف- روش پلوف، ب- روش ترکیبی



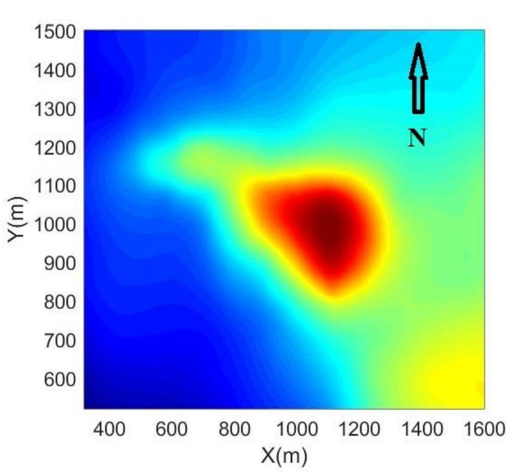
شکل ۷:برش قائم مدل حاصل از نتایج وارون‌سازی در فاصله ۵۰۰ متری از مبداء موازی محورX ؛ الف- روش تحلیلی پلوف، ب- روش ترکیبی

۴- داده‌های واقعی

در این مقاله مدل‌سازی وارون بر روی داده‌های گرانی محدوده معدنی چند فلزی نیکل، کبالت و مس اووید (ovoid deposit) در کانادا انجام شده است. سنگ‌های منطقه مورد مطالعه شامل سنگ‌های نفوذی گرانیت، آنورتوزیت، دیوریت و تروکتولیت هستند (Evans-Lamswood et al., 2000).

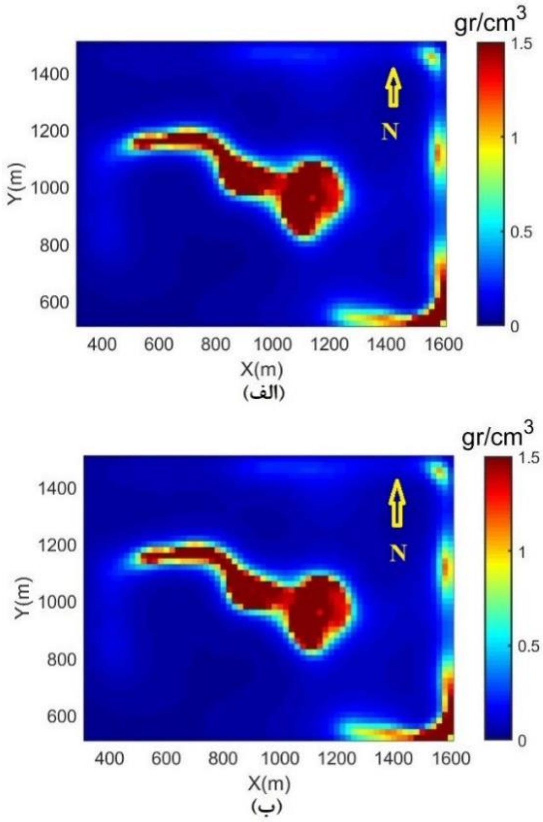
این کانسار به شکل عدسی بزرگ و تقریباً بیضوی است. ابعاد افقی ۳۵۰ × ۶۵۰ متر و عمقی بیش از ۱۰۰ متر دارد. این توده با ذخیره قطعی و احتمالی تقریباً ۳۰ میلیون تن زیر روباره‌ای با ضخامت ۲۰ تا ۴۰ متر قرار گرفته است (Farquharson et al., 2008). داده‌های گرانی در این منطقه برروی شبکه‌ای ۲۰ × ۲ متر رقومی شده است (شکل ۸).

برای وارون‌سازی داده‌ها ابتدا زیر سطح زمین به بلوک‌هایی با ابعاد ۲۰ متر تقسیم شده است. با توجه به ابعاد برداشت محدوده داده تعداد کل بلوک‌ها برابر ۶۵۰۰۰ = ۵۰ × ۲۰ × ۶۵ است.

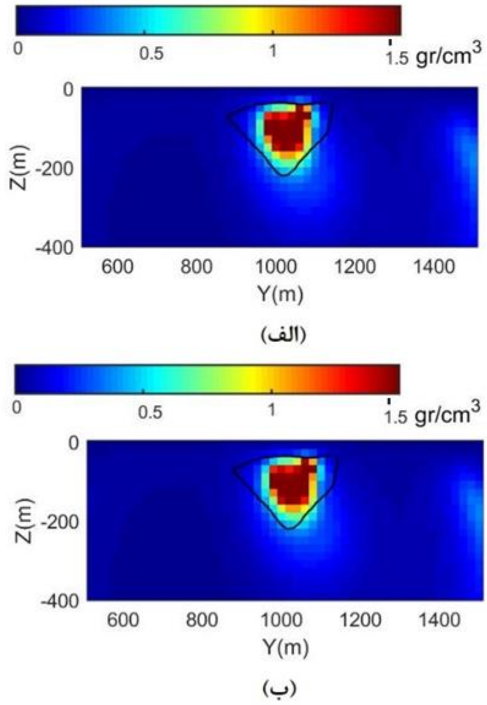


شکل ۸:نقشه داده گرانی منطقه مورد مطالعه

ابتدا یک بار به روش تحلیلی پلوف و بار دیگر به روش ترکیبی، ماتریس هسته تهیه شد و مدل‌سازی وارون متمرکز مطابق آنچه در بخش ۲-۲ شرح داده شد، بر روی داده‌ها انجام شد. نتایج حاصل در شکل‌های ۹ و ۱۰ دیده می‌شود.



شکل ۹: الف- برش افقی در عمق ۸۰ متری از سطح زمین، الف- مدل بدست آمده با استفاده از روش تحلیلی پلوف و ب- با استفاده از روش ترکیبی

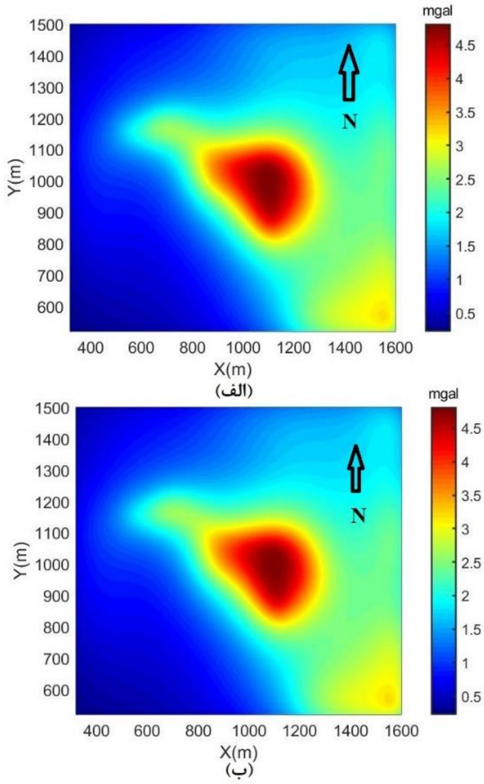


شکل ۱۰: برش قائم مدل حاصل از نتایج وارون‌سازی در فاصله ۹۰۰ متری از مبداء موازی محورY، الف- روش تحلیلی پلوف، ب- روش ترکیبی. خط مشکی مرز ماده معدنی را نشان می‌دهد.

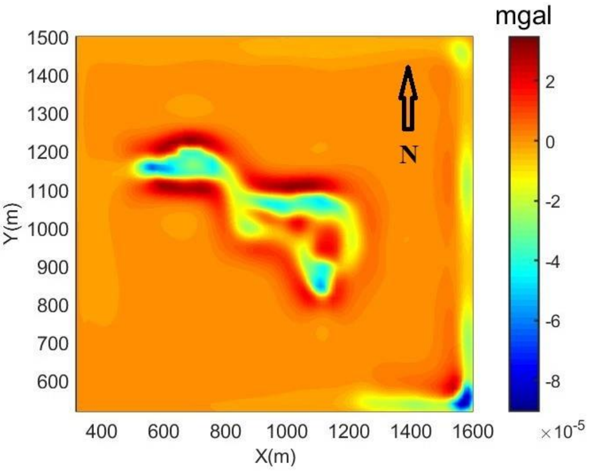
نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون نشان داد که هر دو مدل بعد از ۱۱۹ مرحله تکرار در الگوریتم RRCG به جواب همگرا شدند و توده حاصل از مدل‌سازی وارون متمرکز در هر دو روش با مرز واقعی توده تطابق خوبی دارد.

همان طور که بیان شد برای محاسبه ماتریس هسته در داده‌های محاسبه‌ای از دو روش تحلیلی پلوف و ترکیبی استفاده شد که نتایج در جدول ۲ آورده شده است. زمان محاسبه با روش تحلیلی پلوف حدود ۷/۳ برابر روش ترکیبی است. همچنین برای مقایسه خطای داده‌های محاسبه شده به دو روش بیان شده، مدل به دست آمده از روش پلوف به عنوان معیار انتخاب و خطا مطابق رابطه ۱۳ محاسبه و برابر ۰/۰۰۰۴۶۵ درصد است؛ که نشان می‌دهد داده‌های به دست آمده به روش ترکیبی با دقت خوبی محاسبه شده اند (شکل ۱۱).

اختلاف بین داده‌های به دست آمده از دو روش تحلیلی پلوف و روش ترکیبی که براساس مدل به دست آمده از وارون‌سازی با روش پلوف تهیه شده و به صورت نقشه در شکل ۱۲ نشان شده است، بیان کننده صحت مناسب این روش است.



شکل ۱۱: نقشه گرانی محاسبه‌ای با نتیجه مدل بدست آمده از الف- روش پلوف، ب- روش ترکیبی



شکل ۱۲: نقشه مقادیر اختلاف بین داده‌های گرانی حاصل از محاسبه به روش پلوف و ترکیبی در محدوده معدنی اووید (Ovoid) کانادا

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش روش جدیدی برای محاسبه ماتریس هسته در مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی ارائه شد و مزایا و معایب آن برای محاسبه این ماتریس مورد بررسی قرار گرفته است.

روش جدید با نام ترکیبی، روشی است که در آن برای دو ردیف اول پارامترهای مدل از روش تحلیلی پلوف و برای ردیف‌های بعدی از روش جرم نقطه‌ای استفاده می‌شود.

نتایج بررسی‌ها بر روی داده‌های گرانی حاصل از دو مدل مصنوعی و داده‌های گرانی برداشتی از محدوده معدنی چندفلزی اووید در کانادا و نیز بررسی زمان و میزان خطای آن‌ها نشان می‌دهد که از روش ترکیبی ارائه شده؛ می‌توان در مدل‌سازی داده‌های واقعی استفاده نمود. به این ترتیب زمان محاسبه ماتریس هسته بهبود چشمگیری می‌یابد و این اختلاف زمان محاسبه با توجه به ابعاد مدل و گسترش محدوده مورد مطالعه متفاوت خواهد بود، این در حالی است که میزان خطا در دو روش بسیار کم برآورد شد. هرچه ابعاد سلول‌ها کوچکتر باشد، خطا کمتر می‌شود. زیرا اختلاف دو روش تحلیلی و ترکیبی از ردیف سوم به بعد بوده که از روش جرم نقطه‌ای استفاده می‌شود. چون در روش جرم نقطه‌ای چگالی سلول در مرکز جرم در نظر گرفته می‌شود، لذا هرچه ابعاد سلول کوچکتر باشد، اختلاف نتایج محاسبات و مدل‌سازی بین دو روش تحلیلی و ترکیبی کمتر خواهد شد. بنابراین برای کم نمودن اختلاف محاسباتی، در روش ترکیبی که سرعت محاسبات بیشتر شده است امکان کوچکتر نمودن ابعاد سلول‌ها فراهم می‌شود.

۶- سپاسگزاری

داده‌های مورد استفاده در این مقاله از مقاله منتشر شده توسط اوانز لامسوود و همکاران (۲۰۰۰) استخراج و رقومی شده است. از ایشان و همکارانشان تشکر و قدردانی می‌شود.

۷- منابع

رضایی، م.، مرادزاده، ع.، نجاتی، ع. و آقاجانی، ح.، ۱۳۹۳، انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی به روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته در وارونسازی سه‌بعدی داده‌های گرانی، سی و سومین گردهمایی ملی علوم زمین، سازمان زمین‌شناسی ایران، ۳ و ۴ اسفند ۱۳۹۳

Aster, R.C., Borchers, B. and Thurber, C.H., 2013, “Parameter Estimation and Inverse Problems”, second edition, Academic Press. US, pp. 360.

Barnett, C.T., 1976, Theoretical modeling of the magnetic and gravitational fields of an arbitrarily shaped three dimensional body, Geophysics, 41(6), 1353–1364.

Bhattacharyya, B.K., 1964, Magnetic anomalies due to prism shaped bodies with arbitrary polarization, Geophysics, 29(4), 517–531.

Blakely, R. J. 1996. Potential theory in gravity and applications. Cambridge university press.

Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraints in 3D gravity inversion. Geophysical Prospecting, 49(2), 265–280.

Čuma, M., Wilson, G. A. and Zhdanov, M. S., 2012, Large-scale3D inversion of potential field data, Geophysical Prospecting, 60, 1186–1199.

Evans-Lamswood, D. M., Butt, D.P., Jackson, R. S., Lee, D. V., Muggridge, M. G., Wheeler, R.I. and Wilton, D. H. C., 2000, Physical controls associated with the distribution of sulfides in the Voisey's Bay Ni-Cu-Co deposi4 Labrador; A special issue on Voisey's Bay Ni-Cu-Co deposit: Econ. Geol. Bull. Soc. Econ. Geol., 95,749-769.

Farquharson, C. G., Ash, M. R., &Miller, H. G., 2008, Geologically constrained gravity inversion for the Voisey's Bay ovoid deposit. The Leading Edge, 27(1), 64-69.

Foks, N. L., Krahenbuhl, R. and Li, Y., 2014, Adaptive sampling of potential-field data: A direct approach to compressive inversion Adaptive sampling and compressive inversion. Geophysics, 79(1), IM1-IM.

Jahandari, H. and Farquharson, C.G., 2013, Forward modeling of gravity data using finite-volume and finite-element methods on unstructured grids. Geophysics, 78(3), G69-G80.

Jessop, M. and Zhdanov, M. S. 2005, Numerical study of gravity gradiometer data for typical kimberlites in the

Plouff, D., 1976, Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, Geophysics, 41(4), 727–741.

Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., 1999, Focusing geophysical inversion images. Geophysics, 64, 874–887

Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., 2002, 3-D magnetic inversion with data compression and image focusing. Geophysics, 67(5), 1532–1541.

Tontini, F. C., Cocchi, L. and Carmisciano, C. 2009, Rapid 3-D forward model of potential fields with application to the Palinuro Seamount magnetic anomaly (southern Tyrrhenian Sea, Italy), Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 114(B2).

Wang, M., Zheng, Y. and Yao, C., 2017, A Study on Parallel Computation Based on 3D Forward Algorithm of Gravity. International Journal of Geosciences, 8(09), 1073.

Yao, L. and Changli, Y., 2007, Forward modeling of gravity, gravity gradients, and magnetic anomalies due to complex bodies, Journal of China University of Geosciences, 18(3), 280-286.

Zhdanov, M. S., 2009, "New advances in regularized inversion of gravity and electromagnetic data". Geophysical Prospecting, 57(4), 463-478.

Zhdanov, M. S., 2002, Geophysical inverse theory and regularization problems, Vol. 36. Amsterdam: Elsevier.

Northwest Territory of Canada, In Proceedings of 2005 CEMI Annual Meeting

Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1998, "3-D inversion of gravity data". Geophysics, 63(1), 109–119.

Martin, R., Chevrot, S., Komatitsch, D., Seoane, L., Spangenberg, H., Wang, Y., Dufréchou, G., Bonvalot, S. and Bruinsma, S., 2017, A high-order 3-D spectral-element method for the forward modelling and inversion of gravimetric data—application to the western Pyrenees. Geophysical Journal International, 209(1), 406-24.

May, D.A. and Knepley, M.G., 2011, Optimal, scalable forward models for computing gravity anomalies, Geophysical Journal International, 187-161.

Nagy, D., 1966, The gravitational attraction of a right rectangular prism, Geophysics, 31(2), 362–371.

Nagy, D., Papp, G. and Benedek, J., 2000, The gravitational potential land its derivatives for the prism, J. Geod., 74 (7–8), 552–560.

Okabe, M., 1979, Analytical expressions for gravity anomalies due to homogeneous polyhedral bodies and translations into magnetic anomalies, Geophysics, 44(4), 730–741.

Gotze, H. and Lahmeyer, B., 1988, Application of three-dimensional interactive modeling in gravity and magnetics, Geophysics, 53(8), 1096–1108.

Yao, L. and Changli, Y., 2007, Forward modeling of gravity, gravity gradients and magnetic anomalies due to complex bodies, J. Chin. Univ. Geosci., 18(3), 280–286.

Shahrood University of Technology

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2020, VOL 6, NO 2

(DOI): 10.22044/JRAG.2020.9375.1279

Improvement of the computation of the kernel matrix with a combined method in inversion of gravity data

Sahar Moazam[1], Hamid Aghajani[2*] and Ali Nejati Kalate[2]

1- Ph.D. student, School of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
2- Associate Professor, School of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

Received: 4 March 2020; Accepted: 15 April 2020

Corresponding author: haghajani@shahroodut.ac.ir

Keywords

Kernel matrix
Inverse modeling
Gravity
Calculation time
Ovoid polymetallic deposit

Extended Abstract

Summary

Modeling of gravity data includes forward and inverse modeling techniques. To solve the forward problem, we divide the half space below the ground surface into small blocks (cells) with constant density contrast and compute the kernel matrix. There are various analytical and numerical methods for calculation of the kernel matrix. Analytical methods have good accuracy but are time consuming. Numerical methods are faster and less accurate than analytical ones. The Plouff analytical method is an accurate method for computation of the kernel matrix but it is time consuming. The point mass numerical method needs less computation time than that of the Plouff method. However, for calculation of the first two rows of the model parameters, this method does not have good accuracy. In this paper, a new combined method is presented in which the Plouff and point-mass methods are combined, and as a result, the computational speed is improved while a good accuracy is also obtained. In this research, the first two rows of the model parameters are calculated analytically, and then, the next rows are calculated by point-mass numerical method. To validate the proposed method, it has been tested based on a synthetic model and a real gravity data from the Ovoid Ni- Co- Cu deposit in Canada. The obtained results show that the computation time improves significantly while the error is very small with respect to the cell dimensions.

Introduction

Inversion of gravity data is one of the most important steps in the quantitative interpretation of practical gravity data. In order to inverse the data, first, we compute a kernel matrix using the forward method. The computation has a high calculation burden and time. There are analytical and numerical methods for computation of kernel matrix. In this paper, we have proposed a combined method for accurate and fast calculation of the kernel matrix.

Methodology and Approaches

In this paper, we have combined the Plouff and point-mass methods for computation of the kernel matrix. The point-mass approximation dramatically speeds up the processing time while yielding good results. However, the point-mass method cannot calculate the elements of the kernel matrix that belongs to the first two rows of the subsurface accurately. In the proposed method, the elements of the first two rows of the model are calculated analytically using the Plouff technique, and then, the next rows are calculated by point-mass numerical method. The proposed method has been applied on both synthetic and real gravity data (from Ovoid deposit) to show its reliability for gravity inversion. In this study, we have used reweighted regularized conjugate gradient method for focusing inversion of gravity data with the minimum support stabilizing functional.

Results and Conclusions

The inversion results of both synthetic and real data show that the proposed method is faster than the Plouff analytical method, and it is more accurate rather than the point-mass technique. The approximate time for computation of the kernel matrix in the synthetic data is up to 8.5 times faster, and in real gravity data, it is 7.3 time faster. The error is very low in both methods. The smaller size of the cells leads to smaller error.