مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۴۰۰/ دوره ۱۱/ شماره ۳/ صفحه ۵۳-۷۰

نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

DOR:

بررسی رفتار دینامیکی لوله‌های مفصلی حامل سیال با سرعت هارمونیک با استفاده از روش مقیاس زمانی چندگانه

جواد محمدی[۱،*]، منصور نیکخواه بهرامی[۲] و نریمان اشرفی اصفهانی[۳]

[۱] استادیار، گروه مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

[۲] استاد، گروه مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

[۳] استادیار، گروه مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۰۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۲۱

چکیده

سازه‌های در تماس با سیال به عنوان شاخه‌ای از زمینه اندرکنش سازه-سیال (FSI)، از جمله مدل‌های فیزیکی هستند که به علت داشتن دینامیک بسیار غنی توانسته‌اند، خود را به عنوان یک نمونه جدید از سیستم‌های دینامیکی مطرح نمایند و مورد توجه فراوان دانشمندان قرار گیرد. در این مقاله، رفتار دینامیکی دو لوله صلب مستقیم مفصلی حامل سیال مطالعه شده است. سرعت سیال در لوله‌ها هارمونیک است. با استفاده از معادلات لاگرانژ، سیستم دارای دو معادله دیفرانسیل کوپله با ضرایب متغیر است. بررسی دقت و صحت روش مقیاس زمانی چند گانه توسط روش عددی رانگ-کوتا مرتبه چهارم و تحقیقات مشابه انجام شده است که نتایج نشان می‌دهد که از دقت قابل قبولی برخوردار است. برای مطالعه رفتار دینامیکی، از نمودارهای پاسخ زمانی و صفحه فاز استفاده شده است؛ بدین منظور تاثیر پارامترهای موثر از قبیل سرعت اولیه سیال u_0، نسبت جرم سیال بر مجموع جرم سیال و جرم لوله γ و فرکانس سرعت سیال β در نمودارهای پاسخ زمانی و صفحه فاز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد، با افزایش u_0 و β و کاهش γ، آشفتگی و بی نظمی دینامیکی سیستم افزایش یافته و سیستم به سمت ناپایدار شدن کشیده می‌شود.

کلمات کلیدی: رفتار دینامیکی؛ لوله های مفصلی؛ روش مقیاس زمانی چندگانه؛ حامل سیال؛ پاسخ زمانی.

Dynamic Behavior of Articulated Pipes Conveying Fluid With Harmonic Velocity Using the Method of Multiple time scales

J. Mohammadi[1,*], M. Nikkhah-Bahrami[2], N.A Esfahani[3]

[1] Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

[2] Professor, Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

[3] Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

Abstract

Fluid contact structures as a branch of the Fluid–Structure Interaction (FSI) are among the physical models that have been able to present themselves as a new example of dynamic systems due to their very rich dynamics and Pay close attention to scientists. The dynamic behavior of two rigid straight articulated pipes conveying fluid is studied. The flow rate in the pipe is harmonic. The numerical results are compared with the present method and Runge–kutta 4th order for validation and an acceptable match between them is obtained. The method of multiple time scales is used to drive the time response and phase plane curves. The influence of the initial velocity u_0, ratio fluid mass per total fluid mass and mass of pipes γ and flow frequency β on the time response and phase plane curves are examined. The results show, by increasing u_0 and β and decreasing γ the system is closer to loss of stability and increasing dynamic chaos.

Keywords: Dynamic Behavior; Articulated Pipes; Multiple Time Scales Method; Conveying Fluid; Time Response.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۱۲۲۷۶۹۷۸۸؛ فکس: ۰۲۱۲۲۷۶۹۷۸۴

آدرس پست الکترونیک: javad_mec@yahoo.com

۱- مقدمه

متخصصان و مهندسان در زمینه دینامیک و ارتعاشات همواره بر آن بودند که بتوانند رفتار دینامیکی پدیده‌های فیزیکی را شناسایی و شبیه سازی نمایند. دینامیک و ارتعاشات مکانیکی هم از لحاظ کاربرد و هم از لحاظ جلوگیری از اثرات نامطلوب و مخرب، یکی از دغدغه‌های مهم مهندسان و محققان بوده است. سازه‌های در تماس با سیال از جمله مدل‌های فیزیکی هستند که به علت داشتن دینامیک بسیار غنی توانسته اند، خود را به عنوان یک نمونه جدید از سیستم‌های دینامیکی مطرح نمایند و مورد توجه فراوان دانشمندان قرار گیرد. به طور کلی موضوع مورد بررسی، شاخه‌ای از زمینه اندرکنش سازه- سیال (FSI)[۱] است. لوله‌های حامل سیال از جمله موضوعات بسیار مهمی هستند که به طور گسترده در حوزه مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد که کاربردهای مهمی در بسیاری از حوزه‌ها از جمله حوزه نفت و گاز و پتروشیمی، سیستم‌های هیدرولیکی، خطوط انتقال سوخت در مهندسی هوا فضا، مهندسی کشاورزی و انتقال سیال را دارند که بررسی پایداری لوله‌های حامل سیال، پارامتر مهمی در اینگونه سیستم‌ها است. لوله‌های مفصلی در مسیرهایی که مستقیم نبوده و دارای ناهمواری و کجی است و همچنین در سواحل برای حفاظت از کابل‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند که بررسی آنها در حالت های مختلف می‌تواند کمک شایانی در حالت واقعی و حقیقی ایجاد نماید. با توجه به کاربردهای گسترده لوله‌های حامل سیال در صنایع مختلف، در سال‌های اخیر مدلسازی ریاضی رفتاردینامیکی و ارتعاشی لوله‌های حامل سیال مورد توجه محققان مختلفی قرار گرفته است. در این سیستم‌ها، افزایش سرعت سیال باعث افزایش دامنه نوسانات و ناپایداری سیستم در حالت خود تحریک می‌شود، بنابراین جهت جلوگیری از پدیده‌هایی مانند خستگی و شکست و ناپایداری در لوله‌های حامل سیال، بررسی رفتار دینامیکی و ارتعاشی آنها ضروری است. محققان با استفاده از تئوری‌های خطی و غیرخطی و همچنین به صورت تجربی به بررسی رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال پرداخته‌اند. از جمله دانشمندانی که در زمینه مطالعه رفتار دینامیکی و ارتعاشی لوله‌های حامل سیال پرداختند، پایدوسیس [۱] و بنجامین می‌باشند. بنجامین [۲-۳] بصورت تئوری و عددی به بررسی دینامیک لوله‌های مفصلی حامل سیال پرداختند. وی روش تصحیح شده اصل همیلتون را برای استخراج معادلات به کار بردند، سپس با مدل کردن معادلات برای پمپ‌های سانتریفیوژ و توربین، شرایط پایداری را با استفاده از معیار روث برای سیستم دو درجه آزادی بصورت تئوری مطالعه نمودند. وی با مونتاژ حالت های مختلف لوله، حالت های مختلف ناپایداری را بررسی کردند. یکی از لوله هایی که توسط محققان مختلفی صورت گرفته است، لوله‌های مفصلی طره دار[۲] حامل سیال است که پایدوسیس [۴] به بررسی آن پرداختند. وی قابلیت و توانایی رفتار دینامیکی سیستم پیوسته مفصلی مدل شده را مورد بررسی قرار دادند، سپس با استفاده از نتایج تئوری و عملی، سرعت جریان بحرانی را برای ناپایداری کمانشی و نوسانی محاسبه نمودند. بوهن و هرمان [۵]، رفتار دینامیکی لوله مفصلی حامل سیال را برای جریان پریودیک بررسی کردند. در این تحقیق با استفاده از یک اغتشاش، رزونانس‌های پارامتریک و ترکیبی را مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از تئوری فلوکوت[۳] و بسط دترمینان نامحدود، پایداری سیستم را مورد بررسی قرار دادند. برای بررسی پایداری لوله‌های مفصلی حامل سیال تحقیقات مختلفی صورت گرفته است که سوگیاما و نودا [۶]، به مطالعه پایداری لوله‌های مفصلی دو درجه آزادی حامل سیال پرداختند. آنها در این تحقیقات اثرات جرم و میرایی، تکیه گاه فنری و جرم متمرکز را برای پایداری مورد بررسی قرار دادند که تحلیل آنها به وسیله معیار روث-هرویتز[۴] صورت گرفت. در این تحقیقات میزان اثر پارامترهای مختلف در پایداری و ناپایداری سیستم در حالت تئوری و تجربی مورد بررسی قرار گرفت. جنسن [۷] به بررسی پایداری دینامیک غیر خطی دو لوله حامل سیال با فرکانس بالا پرداختند. وی در این تحقیق معادلات غیر مستقل[۵] را به معادلات مستقل[۶] تبدیل کردند. با استفاده از روش مقیاس

[1] Fluid-Structure Interaction

[2] Cantilevere
[3] Floquet
[4] Routh-Hurwitz
[5] Non-Autonomous
[6] autonomous

چندگانه زمانی از مرتبه پنجم، حل غیر خطی را انجام داده و به بررسی رفتار غیر خطی سیستم پرداختند. از جمله موضوعات مورد توجه در تحقیقات سالیان اخیر بررسی رفتار دینامیکی لوله‌های طره‌ای[1] حامل سیال می باشد که مدرس-صادقی و همکاران [۸]، پایدوسیس و همکاران [۹]، وادهام-گاگنون و همکاران [۱۰] به بررسی رفتار دینامیکی این لوله‌ها در سه بعد پرداختند؛ همچنین مدرس-صادقی و همکاران [۱۱]، رفتار آشوب لوله‌های طره‌ای حامل سیال را در حالت سه بعدی مورد مطالعه قرار دادند. کیم و همکاران [۱۲]، اثر خارجی دمپر و جرم متمرکز را در پایداری لوله طره‌ای عمودی حامل سیال بررسی نمودند. آنها معادلات حرکت را به وسیله روش انرژی و استفاده از اصل همیلتون بدست آوردند، سپس توسط روش گلرکین به استخراج نتایج عددی پرداختند. در این پژوهش سرعت بحرانی سیال و همچنین پایداری سیستم با در نظر گرفتن دمپر و جرم متمرکز در سیستم مورد نظر به ازای جرم‌های مختلف، مورد مطالعه قرار دادند. قارب و همکاران [۱۳]، به بررسی ارتعاشات سیستم های غیر خطی تحت نیروهای تحریک چندگانه[2] همراه با جذب کننده غیر خطی[3] پرداختند. در این تحقیق معادله دیفرانسیل غیر خطی به وسیله یک ماشین برش آلتراسونیک صورت پذیرفت و با استفاده از روش اغتشاش[4] به حل مساله پرداختند و پایداری سیستم را با استفاده از معادلات پاسخ فرکانسی و روش فاز- صفحه[5] تحلیل کردند؛ همچنین قایش و پایدوسیس [۱۴]، به بررسی رفتار دینامیکی لوله طره‌ای سه بعدی حامل سیال پرداختند که در انتهای آن جرم متمرکز و دارای واسطه داخلی تکیه گاه فنری است و مسئله را در دو حالت تئوری و عددی تحلیل کردند. هدف اصلی این پژوهش، این است که رفتار دینامیکی لوله طره‌ای با اضافه شدن تکیه گاه فنری چه تغییری خواهد کرد و به وسیله جرم کوچکی در انتهای آزاد آن اصلاح صورت گیرد. مرادی و همکاران [۱۵]، به بررسی رفتار دینامیکی خط لوله انتقال گاز در اثر تغییرات دبی جریان پرداختند. در این تحقیق مدلسازی خط لوله را با استفاده از معادلات بقای جرم، مومنتوم و معادله حالت بررسی نمودند. هگازی [۱۶]، سیستم غیر خطی دو درجه آزادی با نیروهای تحریک پارامتریک[6] بررسی کردند و از روش مقیاس چندگانه زمانی برای حل معادلات و تحلیل پایداری سیستم استفاده کردند. لوو و همکاران [۱۷]، به مقایسه روش هارمونیک بالانس و مقیاس چندگانه زمانی در سیستم‌های غیر خطی نوسانگر دافینگ[7] پرداختند. آنها اثر یک پارامتر مشترک را در تحلیل خود مورد استفاده قرار دادند. وانگ و چن [۱۸]، پایداری و دوشاخگی هوپ برای مدل اپیدمی[8] با استفاده از روش مقیاس چندگانه زمانی را مورد مطالعه قرار دادند. با استفاده از معادله مشخصه، اثر تاخیر زمانی را در پایداری مورد مطالعه قرار دادند. ده رویه-سمنانی و همکاران [۱۹]، به مطالعه رفتار دینامیک غیر خطی لوله طره‌ای حامل سیال پرداختند که در این تحقیق، مناطق ناپایداری دینامیکی از مقیاس ماکرو به میکرو بررسی صورت گرفت، سپس اثر وابستگی اندازه در رفتار غیر خطی لوله مورد مطالعه قرار گرفت. وانگ و همکاران [۲۰]، رفتار دینامیکی نانو تیوب‌های کربنی طره‌ای حامل سیال را که در طول لوله، میدان مغناطیسی قرار دارد، مورد بررسی قرار دادند. نصری و بارودی [۲۱]، به مطالعه تئوری یک مدل تحلیلی سه بعدی سیال قابل تراکم در یک سیلندر الاستیک پرداختند. در این تحقیق از نرم افزار mathematica به منظور پیدا کردن فرکانس‌های ارتعاشی کوپله استفاده گردید. غزوی و همکاران [۲۲]، تحلیل غیر خطی میکرو نانو تیوب‌های حامل سیال را بر اساس تئوری گرادیان کرنش مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق تحلیل پایداری غیر خطی به وسیله روش اغتشاش و عددی انجام گرفت. سعیدی‌ها و کرمی محمدی [۲۳]، ارتعاشات لوله حاوی جریان سیال، از جنس ماده هدفمند تابعی در راستای ضخامت را تحلیل کردند. در این پژوهش از فرکانس های طبیعی لوله برای بررسی پایداری و ناپایداری لوله استفاده کردند. محمدی و نیکخواه بهرامی [۲۴]، به مطالعه پایداری لوله‌های صلب حامل سیال پرداختند. در این تحقیق با استفاده از روش مقیاس زمانی

[1] Cantilevered Pipes
[2] Multi-Excitation Forces
[3] Non-Linear Absorber
[4] Perturbation Method
[5] Phase-Plane Method

[6] Parametric Excitation Forces
[7] Duffing Oscillator
[8] Epidemic Model

چندگانه در حالت‌های مختلف، اثر پارامترهای مختلف را در پایداری جسم مورد بررسی قرار دادند.

در این مقاله، لوله‌های مفصلی صلب دو درجه آزادی حامل سیال در نظر گرفته شده است که سرعت سیال داخل لوله هارمونیک است. با استفاده از معادلات لاگرانژ، سیستم دارای دو معادله دیفرانسیل کوپله با ضرایب متغیر است. به منظور حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل حرکت و همچنین بررسی رفتار دینامیکی و پایداری سیستم، از روش مقیاس زمانی چندگانه استفاده شده است. برای حل مساله و بررسی پایداری سیستم، تاثیر سرعت اولیه سیال، نسبت جرم سیال بر مجموع جرم سیال و جرم لوله‌ها و فرکانس سرعت سیال، با ترسیم نمودارهای پاسخ زمانی و فاز - صفحه انجام شده است. بررسی دقت و صحت روش مقیاس زمانی چند گانه توسط روش عددی رانگ-کوتا مرتبه چهارم و همچنین نتایج بوهن انجام شده است.

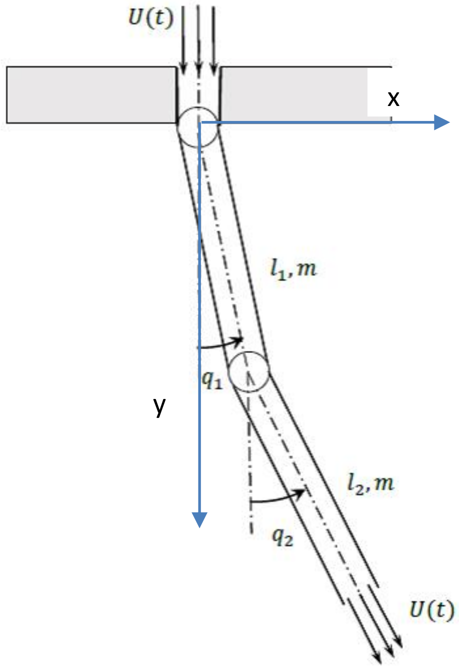
۲- معادلات حرکت سیستم

در این بخش معادلات حرکت سیستم با استفاده از معادلات لاگرانژ بدست می آید. سیستم شامل دو لوله مستقیم دو درجه آزادی صلب مفصلی حامل سیال است که طول بالایی l_1، پایینی l_2، جرم در واحد طول لوله بالایی و پایینی m و جرم سیال در واحد طول M است [۵].

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot q_k}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_k}+\frac{\partial P}{\partial q_k}=-MV\left(\vec R_L+V\vec\tau_L\right).\frac{\partial \vec R_L}{\partial q_k}$$
(۱)

که در رابطه بالا T انرژی جنبشی، P انرژی پتانسیل، $\vec R_L$ بردار موقعیت انتهای آزاد، V سرعت خروجی سیال، $\vec\tau_L$ بردار یکه مماسی انتهای آزاد و q_k مختصات تعمیم یافته است. انرژی جنبشی سیستم شامل مجموع انرژی جنبشی لوله‌ها T_1 و انرژی جنبشی آنی سیال داخل لوله T_2 و انرژی پتانسیل سیستم شامل مجموع انرژی پتانسیل لوله‌ها P_1 و انرژی پتانسیل آنی سیال داخل لوله P_2 است که بصورت بدست می‌آید:

$$T=\frac{1}{2}m\begin{bmatrix}\left(\frac{1}{3}l_1^3+l_1^2l_2\right)\dot q_1^2\\ +l_1l_2^2\dot q_1\dot q_2+\frac{1}{3}l_2^2\dot q_2^2\end{bmatrix}$$



شکل ۱- لوله صلب مفصلی دو درجه آزادی حامل سیال در حالت سه بعدی

$$+\left\{const.+\frac{1}{2}M\begin{bmatrix}\left(\frac{1}{3}l_1^3+l_1^2l_2\right)\dot q_1^2\\ +l_1l_2^2\dot q_1\dot q_2+\frac{1}{3}l_2^2\dot q_2^2\\ +2l_1l_2V(q_1-q_1)\dot q_1\end{bmatrix}\right\}$$

$$P=\frac{1}{2}\left\{\begin{matrix}k_1q_1^2+k_2(q_1-q_2)^2\\ +\frac{1}{2}(m+M)g\begin{bmatrix}(l_1^2+2l_1l_2)q_1^2\\ +l_2^2q_2^2\end{bmatrix}\end{matrix}\right\}$$

$$\vec R_L=(l_1q_1+l_2q_2)\vec k-\frac{1}{2}(l_1q_1^2+l_2q_2^2)\vec \iota$$

$$\vec\tau=q_2\vec k+\vec\iota \qquad (۲)$$

برای بی بعد کردن معادلات دیفرانسیل حرکت از پارامترهای (۳) استفاده می‌نماییم:

$$\gamma=\frac{3M}{(m+M)}\,,U=\frac{\gamma V}{\sqrt{1.5gL}}\,,\tau=\sqrt{\frac{1.5g}{L}}t \qquad (۳)$$

با کوچک در نظر گرفتن زوایای لوله‌ها با خط قائم q_1 و q_2 و قرار دادن روابط (۲) در معادله (۱) و بی بعد کردن آن با روابط (۳) به معادلات دیفرانسیل زیر خواهیم رسید:

$$\begin{bmatrix} 8 & 2.5 \\ 2.5 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + U\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & (1+\frac{U^2}{\gamma}+\dot{U}) \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = 0 \qquad (۴)$$

اگر $[m] = \begin{bmatrix} 8 & 2.5 \\ 2.5 & 1 \end{bmatrix}$ در نظر بگیریم، با ضرب $[m]^{-1}$ در رابطه (۴) به دو معادله زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + \frac{6}{7}q_1 - \frac{6}{7}q_2 + \frac{6}{7}U\dot{q}_1 + \frac{2}{7}U\dot{q}_2 + \left(\frac{4U^2}{7\gamma} + \frac{4}{7}\dot{U}\right)q_2 = 0 \\ \ddot{q}_2 + \frac{22}{7}q_2 - \frac{8}{7}q_1 - \frac{8}{7}U\dot{q}_1 + \frac{2}{7}U\dot{q}_2 + \left(\frac{-10U^2}{7\gamma} - \frac{10}{7}\dot{U}\right)q_2 = 0 \end{cases} \qquad (۵)$$

با در نظر گرفتن اینکه سرعت سیال خروجی از نوع هارمونیک بصورت $U = u_0(1+\eta\cos(\beta\tau))$ است که در آن u_0 سرعت اولیه سیال، β فرکانس سرعت سیال و η دامنه[1] سیال است.

روابط (۵) دو معادله دیفرانسیل مرتبه دوم کوپله با ضرایب متغیر از نوع متیو می‌باشند که به حل آنها پرداخته شده است.

۳- روش حل مساله

روابط (۲) می‌تواند به عنوان نوسانگر خطی اغتشاش با فرض اینکه U و $\frac{U^2}{\gamma}$ و $\dot{U}$ کوچک باشند، دوباره بصورت جدید مطرح شود [۴۰].

با استفاده از ضریب ε، بطوری که $\varepsilon \ll 1$ باشد، می‌توان روابط (۵) را بصورت رابطه (۶) بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + \frac{6}{7}q_1 - \frac{6}{7}q_2 + \varepsilon\begin{pmatrix} \frac{6}{7}U\dot{q}_1 + \frac{2}{7}U\dot{q}_2 \\ +\left(\frac{4u^2}{7\gamma} + \frac{4}{7}\dot{U}\right)q_2 \end{pmatrix} = 0 \\ \ddot{q}_2 + \frac{22}{7}q_2 - \frac{8}{7}q_1 + \varepsilon\begin{pmatrix} -\frac{8}{7}U\dot{q}_1 + \frac{2}{7}U\dot{q}_2 \\ +\left(\frac{-10U^2}{7\gamma} - \frac{10}{7}\dot{U}\right)q_2 \end{pmatrix} = 0 \end{cases} \qquad (۶)$$

برای حل از روش مقیاس زمانی چندگانه استفاده می‌شود. بدین منظور q_1 و q_2 بصورت رابطه (۷) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} q_1(\tau,\varepsilon) &= q_{11}(T_0,T_1) + \varepsilon q_{12}(T_0,T_1) \\ q_2(\tau,\varepsilon) &= q_{21}(T_0,T_1) + \varepsilon q_{22}(T_0,T_1) \end{aligned} \qquad (۷)$$

که ε یک پارامتر بی بعد کوچک است و $T_0 = \tau$ و $T_1 = \varepsilon\tau$ است و مشتق زمانی بصورت رابطه (۸) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} &= \frac{\partial}{\partial T_0}\frac{\partial T_0}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial T_1}\frac{\partial T_1}{\partial \tau} + \cdots = D_0 + \varepsilon D_1 + \cdots \\ \frac{d^2}{d\tau^2} &= (D_0 + \varepsilon D_1 + \cdots)^2 = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \cdots \end{aligned} \qquad (۸)$$

که $D_n = \frac{\partial}{\partial T_n}$ است. با استفاده از روابط (۸) و قرار دادن روابط (۷) در روابط (۶) و مرتب کردن روابط بر حسب توان‌هایی از ε داریم:

$order\ \varepsilon^0$:

$$D_0^2 q_{11} + \Omega^2 q_{11} - \frac{6}{7}q_{21} = 0 \qquad (۹)$$

$$D_0^2 q_{21} + \omega^2 q_{21} - \frac{8}{7}q_{11} = 0 \qquad (۱۰)$$

$order\ \varepsilon$:

$$D_0^2 q_{12} + \Omega^2 q_{12} - \frac{6}{7}q_{22} = -2D_0D_1q_{11} - \frac{6}{7}UD_0q_{11} - \left(\frac{4U^2}{7\gamma} + \frac{4}{7}\dot{U}\right)q_{21} - \frac{2}{7}UD_0q_{21} \qquad (۱۱)$$

$$D_0^2 q_{22} + \omega^2 q_{12} - \frac{8}{7}q_{12} = -2D_0D_1q_{21} - \frac{2}{7}UD_0q_{21} + \left(\frac{10U^2}{7\gamma} + \frac{10}{7}\dot{U}\right)q_{21} + \frac{8}{7}UD_0q_{11} \qquad (۱۲)$$

که $\Omega^2 = \frac{6}{7}$ و $\omega^2 = \frac{22}{7}$ فرکانس‌های طبیعی سیستم می باشند.

حل روابط (۹) و (۱۰) می‌تواند بصورت زیر بیان شود:

$$\mathrm{q_{11}} = \mathrm{A_1(T_1)\exp(i\lambda_1T_0) + B_1(T_1)\exp(i\lambda_2T_0) + c.c} \qquad (۱۳)$$

$$\mathrm{q_{21}} = \Lambda_1\mathrm{A_1(T_1)\exp(i\lambda_1T_0)} + \Lambda_2\mathrm{B_1(T_1)\exp(i\lambda_2T_0) + c.c} \qquad (۱۴)$$

که در آن:

[1] Amplitude

$$\lambda_1^2=\frac{-(\Omega^2+\omega^2)+\sqrt{(\Omega^2+\omega^2)^2-4(\Omega^2\omega^2-1)}}{2}$$
$$\lambda_2^2=\frac{-(\Omega^2+\omega^2)-\sqrt{(\Omega^2+\omega^2)^2-4(\Omega^2\omega^2-1)}}{2}$$
$$\Lambda_1=\frac{7}{6}(\Omega^2-\lambda_1^2),\Lambda_2=\frac{7}{6}(\Omega^2-\lambda_2^2) \qquad (۱۵)$$

λ_1 و λ_2 ریشه‌های سیستم و .c.c اشاره به مختلط مزدوج دارد.

از آنجایی که روابط (۱۱) و (۱۲) معادلات خطی می‌باشند، برای تعیین شرایط قابل حل[1]، حل خصوصی مربوط به ترم‌های $\exp(i\lambda_n T_0)$ را می‌توان به فرم رابطه (۱۶) نوشت:

$$q_{11}=P_1(T_1)e^{i\lambda_1 T_0}+Q_1(T_1)e^{i\lambda_2 T_0}+c.c.$$
$$q_{22}=P_2(T_1)e^{i\lambda_1 T_0}+Q_2(T_1)e^{i\lambda_2 T_0}+c.c. \qquad (۱۶)$$

با قرار دادن روابط (۱۶) در روابط (۱۱) و (۱۲) و مساوی قرار دادن ضرایب $\exp(i\lambda_n T_0)$ در هر دو طرف داریم:

$$(\Omega^2-\lambda_1^2)P_1-\frac{6}{7}P_2=R_1$$
$$-\frac{8}{7}P_1+(\omega^2-\lambda_1^2)P_2 -= R_2 \qquad (۱۷)$$

که:

$$R_1=-2i\lambda_1\frac{\partial A_1}{\partial T_1}-\frac{6}{7}iU\lambda_1A_1-\frac{1}{3}iU\lambda_1(\Omega^2-\lambda_1^2)A_1-\frac{2}{3}\left(\frac{U^2}{\gamma}+\dot{U}\right)(\Omega^2-\lambda_1^2)A_1$$
$$R_2=-\frac{7}{3}i\lambda_1(\Omega^2-\lambda_1^2)\frac{\partial A_1}{\partial T_1}-\frac{1}{3}iU\lambda_1(\Omega^2-\lambda_1^2)A_1+\frac{8}{7}iU\lambda_1A_1+\frac{5}{3}\left(\frac{U^2}{\gamma}+\dot{U}\right)(\Omega^2-\lambda_1^2)A_1 \qquad (۱۸)$$

و:

$$(\Omega^2-\lambda_2^2)Q_1-\frac{6}{7}Q_2=S_1$$
$$-\frac{8}{7}Q_1+(\omega^2-\lambda_1^2)Q_2=S_2 \qquad (۱۹)$$

که:

$$S_1=-2i\lambda_2\frac{\partial B_1}{\partial T_1}-\frac{6}{7}iU\lambda_2B_1-\frac{1}{3}iU\lambda_2(\Omega^2-\lambda_2^2)B_1-\frac{2}{3}\left(\frac{U^2}{\gamma}+\dot{U}\right)(\Omega^2-\lambda_2^2)B_1$$
$$S_2=-\frac{7}{3}i\lambda_2(\Omega^2-\lambda_2^2)\frac{\partial B_1}{\partial T_1}-\frac{1}{3}iU\lambda_2(\Omega^2-\lambda_2^2)B_1+\frac{8}{7}iU\lambda_2B_1+\frac{5}{3}\left(\frac{U^2}{\gamma}+\dot{U}\right)(\Omega^2-\lambda_2^2)B_1 \qquad (۲۰)$$

به علت آنکه ضرایب ماتریس روابط (۱۷) و (۱۹) مطابق با رابطه (۱۵)، تکین است، حل روابط (۱۷) و (۱۹) وجود نخواهد داشت، مگر در حالت‌های زیر:

$$\begin{vmatrix}\Omega^2-\lambda_1^2 & R_1\\ -\frac{8}{7} & R_2\end{vmatrix}=0\Longrightarrow\frac{8}{7}R_1+(\Omega^2-\lambda_1^2)R_2=0 \qquad (۲۱)$$

و

$$\begin{vmatrix}\Omega^2-\lambda_2^2 & S_1\\ -\frac{8}{7} & S_2\end{vmatrix}=0\Longrightarrow\frac{8}{7}S_1+(\Omega^2-\lambda_2^2)S_2=0 \qquad (۲۲)$$

با قرار دادن روابط (۱۷) در (۲۱) خواهیم داشت:

$$\alpha_1\frac{\partial A_1}{\partial T_1}+\Gamma_1\exp(i\tau_1)\,A_1=0 \qquad (۲۳)$$

که در آن:

$$\alpha_1=\frac{7}{3}\lambda_1(\Omega^2-\lambda_1^2)+\frac{16}{7}\lambda_1$$
$$\Gamma_1\exp(i\tau_1)=\frac{1}{3}U\lambda_1(\Omega^2-\lambda_1^2)^2-\frac{8}{7}U\lambda_1(\Omega^2-\lambda_1^2)+\frac{48}{49}U\lambda_1+\frac{8}{21}U\lambda_1(\Omega^2-\lambda_1^2)+\left(\begin{array}{c}\frac{5}{3}\left(\frac{U^2}{\gamma}+\dot{U}\right)(\Omega^2-\lambda_1^2)^2\\-\frac{16}{21}\left(\frac{U^2}{\gamma}+\dot{U}\right)(\Omega^2-\lambda_1^2)\end{array}\right)i$$

برای حل معادله (۲۳) از فرم قطبی زیر استفاده می‌شود:

$$A_1=\frac{1}{2}a_1(T_1)\exp\big(i\beta_1(T_1)\big) \qquad (۲۴)$$

که در آن a_1 و β_1 ثابت‌های حقیقی هستند.

[1] Solvability Conditions

با قرار دادن روابط (۲۴) در رابطه (۲۳) و تفکیک قسمت‌های حقیقی و موهومی داریم:

$$\alpha_1 a_1' + \Gamma_1 \exp(i\tau_1) a_1 = 0 \quad (۲۵)$$

$$\alpha_1 \beta_1' = 0 \quad (۲۶)$$

که با حل روابط (۲۵) و (۲۶) داریم:

$$A_1 = \frac{1}{2}\exp\begin{pmatrix} -\frac{1}{\alpha_1}\Gamma_1 \exp(i\tau_1) T_1 \\ +a_{10} \end{pmatrix}\exp(i\beta_{10}) \quad (۲۷)$$

که در آن a_{10} و β_{10} ثابت‌ها هستند که تابعی T_2 بوده و چون از مرتبه ε^2 صرفنظر شده، لذا عدد ثابت می‌باشند.

به طریق مشابه با قرار دادن روابط (۲۰) در رابطه (۲۲) خواهیم داشت:

$$\alpha_2 \frac{\partial B_1}{\partial T_1} + \Gamma_2 \exp(i\tau_2)\, B_1 = 0 \quad (۲۸)$$

که در آن :

$$\alpha_2 = \frac{7}{3}\lambda_2(\Omega^2 - \lambda_2^2) + \frac{16}{7}\lambda_2$$

$$\Gamma_2 \exp(i\tau_2) = \frac{1}{3}U\lambda_2(\Omega^2 - \lambda_2^2)^2 - \frac{8}{7}U\lambda_2(\Omega^2 - \lambda_2^2) + \frac{48}{49}U\lambda_2 + \frac{8}{21}U\lambda_2(\Omega^2 - \lambda_2^2) + \begin{pmatrix} \frac{5}{3}\left(\frac{U^2}{\gamma} + \dot{U}\right)(\Omega^2 - \lambda_2^2)^2 \\ -\frac{16}{21}\left(\frac{U^2}{\gamma} + \dot{U}\right)(\Omega^2 - \lambda_2^2) \end{pmatrix} i$$

برای حل معادله (۲۸) از فرم قطبی زیر استفاده می‌شود:

$$B_1 = \frac{1}{2}a_2(T_1)\exp\left(i\beta_2(T_1)\right) \quad (۲۹)$$

که در آن a_2 و β_2 ثابت‌های حقیقی هستند.

با قرار دادن رابطه (۲۹) در رابطه (۲۸) و تفکیک قسمت‌های حقیقی و موهومی داریم:

$$\alpha_2 a_2' + \Gamma_2 \exp(i\tau_2) a_2 = 0 \quad (۳۰)$$

$$\alpha_2 \beta_2' = 0 \quad (۳۱)$$

که با حل روابط (۳۰) و (۳۱) داریم:

$$B_1 = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{1}{\alpha_2}\Gamma_1 \exp(i\tau_2) T_{1+a_{20}}\right)\exp(i\beta_{20}) \quad (۳۲)$$

که در آن a_{20} و β_{20} ثابت‌ها هستند که تابعی از T_2 بوده و چون از مرتبه ε^2 صرفنظر شده، لذا عدد ثابت می‌باشند.

با استفاده از حل روابط (۱۷) و (۱۹) خواهیم داشت:

$$P_1 = \frac{1}{\Delta_1}\left[R_1(\omega^2 - \lambda_1^2) + \frac{6}{7}R_2\right]$$

$$P_2 = \frac{7}{6}[R_1 - (\Omega^2 - \lambda_1^2)P_1]$$

$$Q_1 = \frac{1}{\Delta_2}\left[S_1(\omega^2 - \lambda_2^2) + \frac{6}{7}S_2\right]$$

$$Q_2 = \frac{7}{6}[S_1 - (\Omega^2 - \lambda_2^2)Q_1] \quad (۳۳)$$

که در آن:

$$\Delta_1 = \left(\Omega^2\omega^2 + \lambda_1^4 - (\Omega^2 + \omega^2)\lambda_1^2 - \frac{48}{49}\right)$$

$$\Delta_1 = \left(\Omega^2\omega^2 + \lambda_2^4 - (\Omega^2 + \omega^2)\lambda_2^2 - \frac{48}{49}\right) \quad (۳۴)$$

بنابراین حل معادله حرکت با استفاده از ضرایب روابط (۲۷) و (۲۹) و (۳۲) در روابط (۱۳) و (۱۴) و (۱۶) و درنتیجه در رابطه (۷) بصورت زیر خواهد بود:

$$q_1(\tau,\varepsilon) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\exp\begin{pmatrix} -\frac{1}{\alpha_1}\Gamma_1\exp(i\tau_1)\varepsilon\tau \\ +a_{10} \end{pmatrix} \\ \exp(i\beta_{10})\exp(i\lambda_1\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\exp\begin{pmatrix} -\frac{1}{\alpha_2}\Gamma_2\exp(i\tau_2)\varepsilon\tau \\ +a_{20} \end{pmatrix} \\ \exp(i\beta_{20})\exp(i\lambda_2\tau) \end{bmatrix} + \varepsilon\begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta_1}\left[R_1(\omega^2 - \lambda_1^2) + \frac{6}{7}R_2\right]\exp(i\lambda_1\tau) \\ + \frac{1}{\Delta_2}\left[S_1(\omega^2 - \lambda_2^2) + \frac{6}{7}S_2\right]\exp(i\lambda_2\tau) \end{bmatrix} + c.c. \quad (۳۵)$$

$$q_2(\tau,\varepsilon) = \frac{7}{6}(\Omega^2 - \lambda_1^2)\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\exp\begin{pmatrix} -\frac{1}{\alpha_1}\Gamma_1\exp(i\tau_1)\varepsilon\tau \\ +a_{10} \end{pmatrix} \\ \exp(i\beta_{10})\exp(i\lambda_1\tau) \end{bmatrix} + \frac{7}{6}(\Omega^2 - \lambda_1^2)\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\exp\begin{pmatrix} -\frac{1}{\alpha_2}\Gamma_2\exp(i\tau_2)\varepsilon\tau \\ +a_{20} \end{pmatrix} \\ \exp(i\beta_{20})\exp(i\lambda_2\tau) \end{bmatrix} + \varepsilon\begin{bmatrix} \frac{7}{6}[R_1 - (\Omega^2 - \lambda_1^2)P_1]\exp(i\lambda_1\tau) \\ + \frac{7}{6}[S_1 - (\Omega^2 - \lambda_2^2)Q_1]\exp(i\lambda_2\tau) \end{bmatrix} + c.c. \quad (۳۶)$$

با استفاده از روابط بدست آمده برای q_1 و q_2، پاسخ زمانی را به ازای پارامترهای موثر در سیستم موردنظر، ترسیم نموده سپس با استفاده از روش عددی رانگ-کوتا مرتبه چهارم به مقایسه حل تحلیلی پرداخته شده است.

۵- نتایج عددی

در این بخش ابتدا به منظور اعتبار سنجی و بررسی دقت محاسبات انجام شده در این تحقیق، از روش عددی رانگ-کوتا مرتبه چهارم توسط نرم افزار میپل استفاده شده است. بدین منظور از نتایج روش عددی و روش مقیاس زمانی چندگانه و نتایج بوهن [۵] بهره گرفته شده است. برای بدست آوردن نتایج عددی از یک لوله با مشخصات جدول ۱ استفاده شده است:

جدول ۱- مشخصات هندسی وخصوصیات لوله و سیال

قطر داخلی لوله	۸۸/۹ mm
ضخامت لوله	۲ mm
طول لوله	۶۰۰ mm
جرم واحد طول لوله	۴/۳۸ $\frac{kg}{m}$
جرم واحد طول سیال	۰/۱۳۷۸ $\frac{kg}{m}$
چگالی سیال	۷۴۷ $\frac{kg}{m^3}$

بر اساس مشخصاتی که برای لوله انتخابی در نظر گرفته شد، پاسخ زمانی سیستم در حالت‌های مختلف در شکل‌های ۲ و ۳ ترسیم شده است. شکل ۲ نمودار پاسخ زمانی برای q_1 را با در نظر گرفتن الف) $u_0=0.9, \beta=0.5, \eta=0.3, \gamma=0.1378, \varepsilon=0.006$ و ب) $u_0=0.8, \beta=0.4, \eta=0.2, \gamma=0.1382, \varepsilon=0.001$ نشان می‌دهد. همانطور که از پاسخ سیستم قابل مشاهده است، روش مقیاس زمانی چندگانه که در این تحقیق استفاده شده است، در مقایسه با روش حل عددی و همچنین نتایج بوهن [۵] از خطای کمی برخوردار است، ولی در یک بازه زمانی کم، این اختلاف کمی بیشتر بوده، اما در اکثر بازه زمانی، این اختلاف کم و ناچیز بوده و مطابقت خوبی بین نتایج وجود دارد.

شکل ۳ نمودار پاسخ زمانی برای q_2 را با در نظر گرفتن الف) $u_0=0.9, \beta=0.5, \eta=0.3, \gamma=0.1378, \varepsilon=0.006$ و ب) $u_0=0.8, \beta=0.4, \eta=0.2, \gamma=0.1382, \varepsilon=0.001$ نشان می‌دهد. همانطور که از پاسخ سیستم قابل مشاهده است، روش مقیاس زمانی چندگانه که در این تحقیق استفاده شده است در مقایسه با روش حل عددی و همچنین نتایج بوهن [۵] از خطای کمی برخوردار است، ولی در یک بازه زمانی کم، این اختلاف کمی بیشتر بوده، اما در اکثر بازه زمانی، این اختلاف کم و ناچیز بوده و مطابقت خوبی بین نتایج وجود دارد.

گام بعدی بررسی رفتار دینامیکی مساله است. برای بررسی رفتار دینامیکی لوله‌های صلب مفصلی، تاثیر پارامترهای موثر بر لوله‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور در این تحقیق، اثر سرعت اولیه سیال u_0، نسبت جرم سیال بر مجموع جرم سیال و جرم لوله γ و فرکانس سرعت سیال β با استفاده از ترسیم نمودارهای پاسخ زمانی[1] و نمودار فاز- صفحه[2] صورت گرفته است.

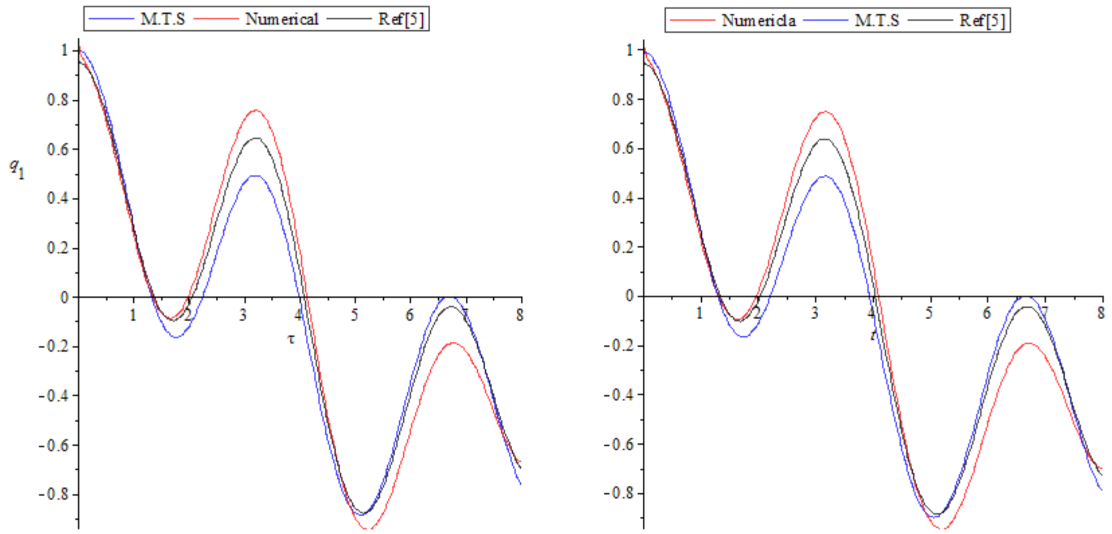
برای مطالعه تحقیق، مشخصات سیال و لوله فولادی مطابق جدول ۲ در نظر گرفته شده است.

شکل ۴ نمودارهای پاسخ زمانی و فاز- صفحه در حالت پایدار برای سیستم اصلی را برای q_1 نشان می‌دهد. در این حالت سرعت اولیه داخل سیال ثابت $(u_0=0)$ است. چنانچه مشاهده می‌شود، نوسانات سیستم دارای سیکل حدی

جدول ۲- مشخصات هندسی و خصوصیات لوله و سیال

قطر داخلی لوله	۲۱۹/۱ mm
ضخامت لوله	۳ mm
طول لوله	۶۰۰ mm
جرم واحد طول لوله	۱۶/۰۸ $\frac{kg}{m}$
جرم واحد طول سیال	۰/۱۳۸۲ $\frac{kg}{m}$
چگالی سیال	۷۴۷ $\frac{kg}{m^3}$

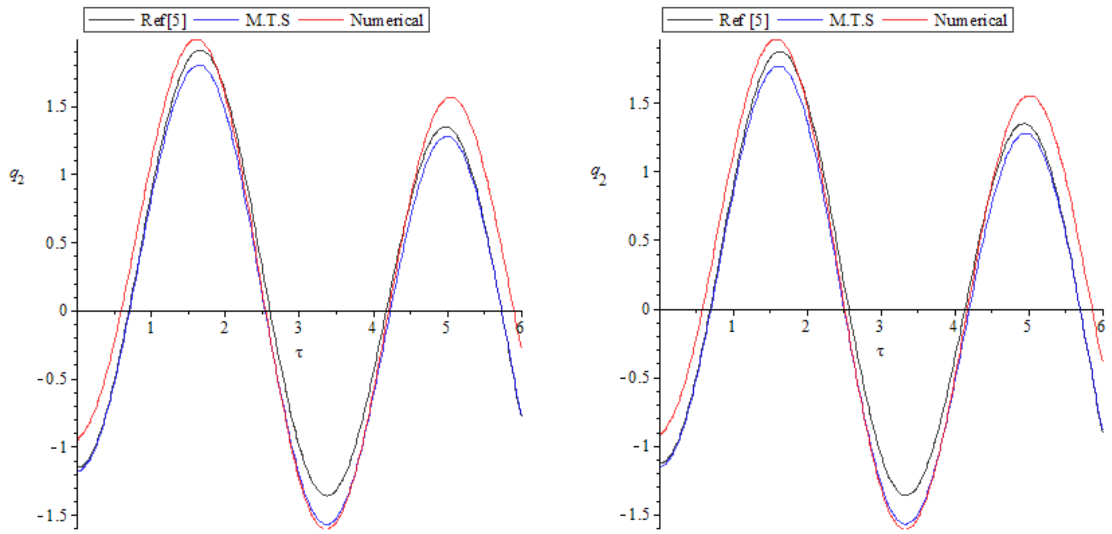
[1] Response Time
[2] Phase-Plan Diagram



(الف) $u_0=0.9, \beta=0.5, \eta=0.3, \gamma=0.1378, \varepsilon = 0.006$

(ب) $u_0=0.8, \beta=0.4, \eta=0.2, \gamma=0.1382, \varepsilon = 0.001$

شکل ۲- مقایسه پاسخ زمانی سیستم برای q_1 با روش مقیاس زمانی چندگانه (M.T.S)، روش عددی و نتایج بوهن [۵]



(الف) $u_0=0.9, \beta=0.5, \eta=0.3, \gamma=0.1378, \varepsilon = 0.006$

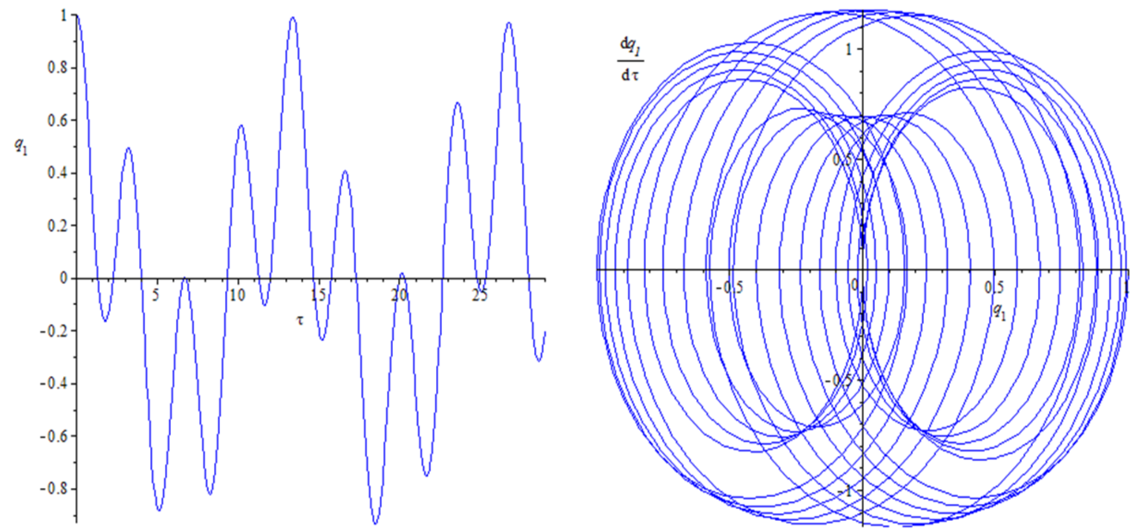
(ب) $u_0=0.8, \beta=0.4, \eta=0.2, \gamma=0.1382, \varepsilon = 0.001$

شکل ۳- مقایسه پاسخ زمانی سیستم برای q_2 با روش مقیاس زمانی چندگانه (M.T.S)، روش عددی و نتایج بوهن [۵]

چندگانه است و دارای بی نظمی خاص و مشخصی است و با گذشت زمان فرم آن تغییر خاصی نمی‌کند.

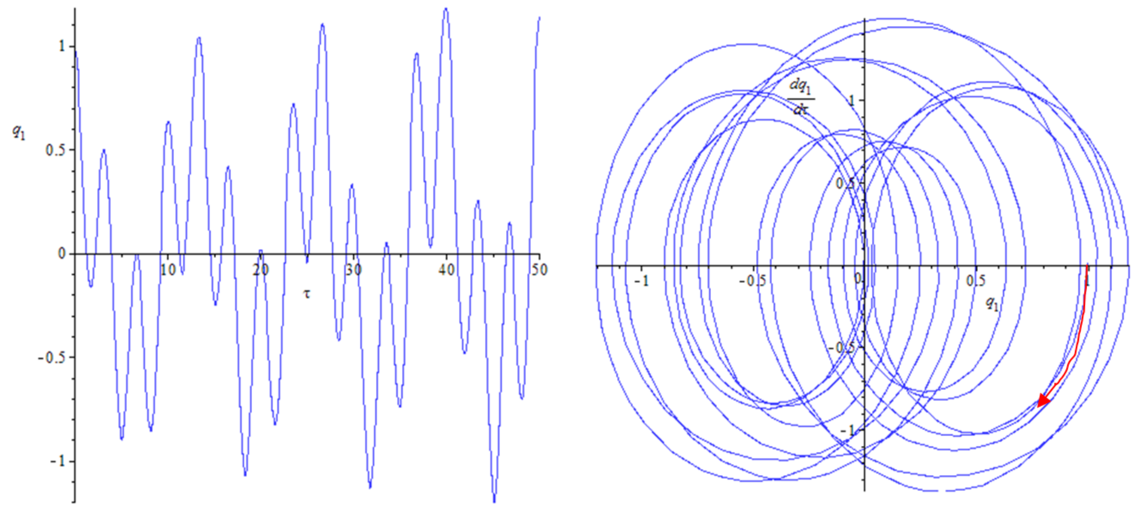
شکل‌های ۵ تا ۷ اثر سرعت اولیه سیال u_0 در رفتار دینامیکی سیستم را نشان می‌دهد. همانطور که بوهن [۵] نشان داد، زمانی که میزان سرعت سیال ثابت نگه داشته شود، در ابتدا سیستم لوله به وسیله فلاتر[1] ناپایدار می‌شود و این ناپایداری زمانی اتفاق می‌افتد که سرعت سیال $u_{cf} = 0.658$

[1] Flutter



(الف) نمودار فاز- صفحه (ب) نمودار پاسخ زمانی

شکل ۴- نمودار پاسخ زمانی و فاز- صفحه برای q_1 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0$



(الف) نمودار فاز- صفحه (ب) نمودار پاسخ زمانی

شکل ۵- نمودار پاسخ زمانی و فاز- صفحه برای q_1 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.15$

است. به طوری که با افزایش سرعت سیال، سیستم به وسیله کمانش استاتیکی[1] و فلاتر به سمت از دست دادن ناپایداری نزدیک می‌شود. بطوری که سیستم در نزدیکی فلاتر رفتارهای سیکلی انجام می‌دهد، از طرفی دامنه جابجایی سیستم، در سرعت‌های بالا افزایش می‌یابد؛ همچنین از نمودارهای فاز- صفحه در می‌یابیم که نظم رفتاری در سرعت‌های مختلف متفاوت است و رفتارهایی نظیر سیکل حدی و آشوب مشاهده می‌شود. بطوری که با گذشت زمان، رفتار سیستم آشوبناک شده و رفتار غیر قابل پیش بینی ایجاد می‌کند.

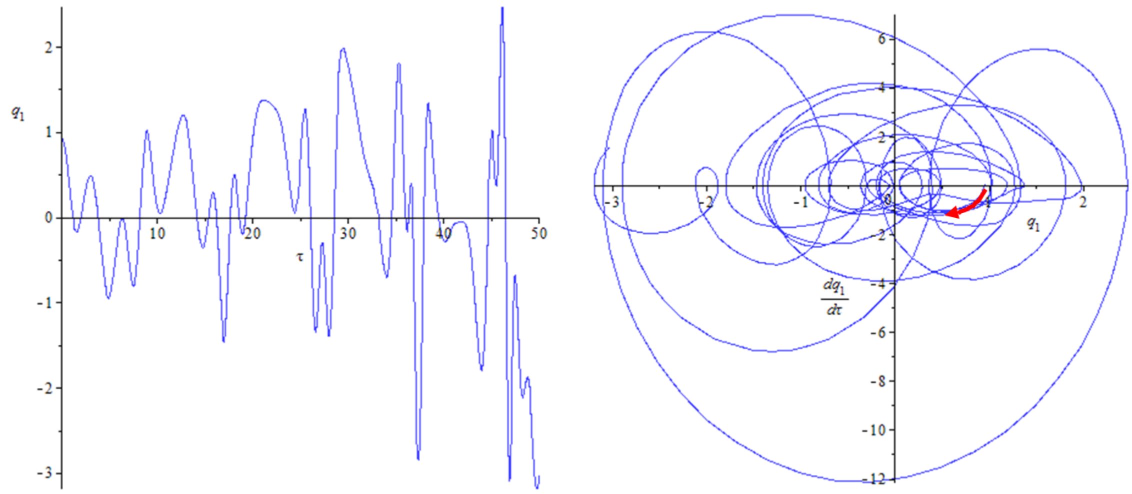
شکل ۸ نمودارهای پاسخ زمانی و فاز- صفحه در حالت پایدار، را برای q_2 نشان می‌دهد. در این حالت سرعت اولیه داخل سیال ثابت $(u_0 = 0)$ است. از نمودار فاز - صفحه مشاهده می‌شود که سیستم در یک نقطه ثابت پایدار بوده و رفتار

[1] Static Buckling

دینامیکی آن دارای سیکل منظمی است و با گذشت زمان در وضعیت آن تغییر خاصی ایجاد نمی‌شود.

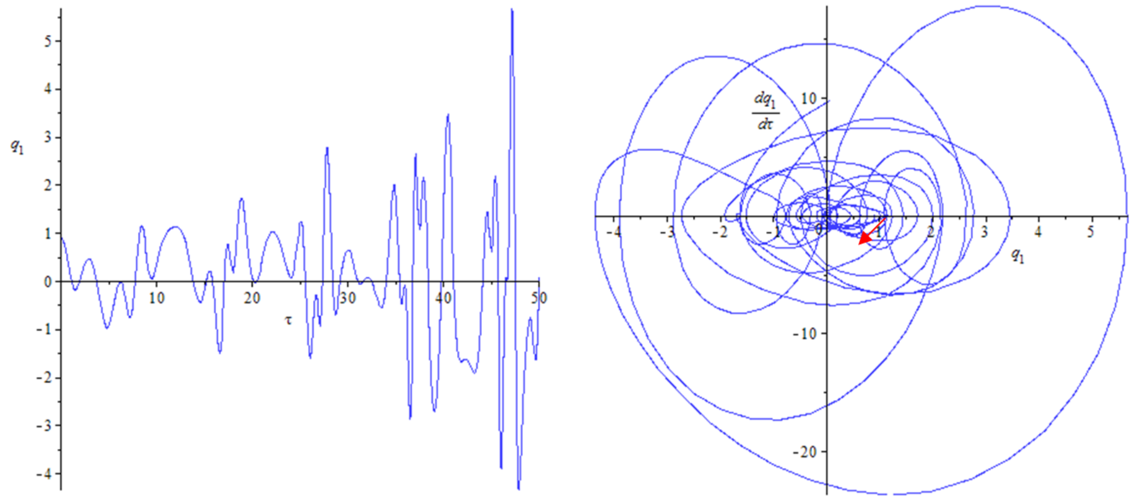
شکل‌های ۹ تا ۱۱ اثر سرعت اولیه سیال u_0 در رفتار دینامیکی سیستم را نشان می‌دهد. همانطور که از نمودار پاسخ زمانی مشاهده می‌شود، با افزایش u_0، دامنه جابجایی سیستم، افزایش یافته و سیستم پایداری خود را از دست می دهد و به سمت یک سیستم ناپایدار تمایل پیدا می‌کند. همچنین بر اساس نمودارهای فاز – صفحه، مشاهده می‌شود که نظم رفتاری در سرعت‌های مختلف متفاوت بوده و رفتار هایی نظیر سیکل حدی و آشوب ایجاد می‌شود؛ بطوری که با گذشت زمان رفتار سیستم آشوبناک بوده و رفتار غیر قابل پیش بینی بروز می‌دهد.

شکل ۱۲ نمودار فاز- صفحه تاثیر ضریب جرم سیال به مجموع جرم سیال و جرم لوله‌ها γ را در رفتار دینامیکی برای q_1 نشان می‌دهد. همانطور که از نمودارهای فاز - صفحه مشاهده می‌شود، با کاهش γ آشفتگی و بی نظمی دینامیکی



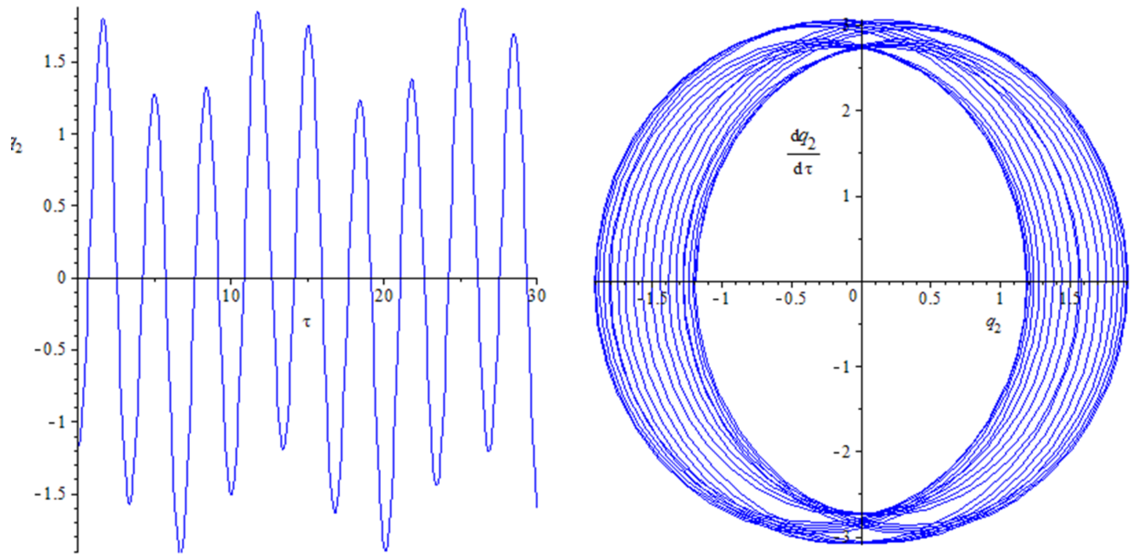
(الف) نمودار فاز – صفحه (ب) نمودار پاسخ زمانی

شکل ۶- نمودار پاسخ زمانی و فاز- صفحه برای q_1 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.658$



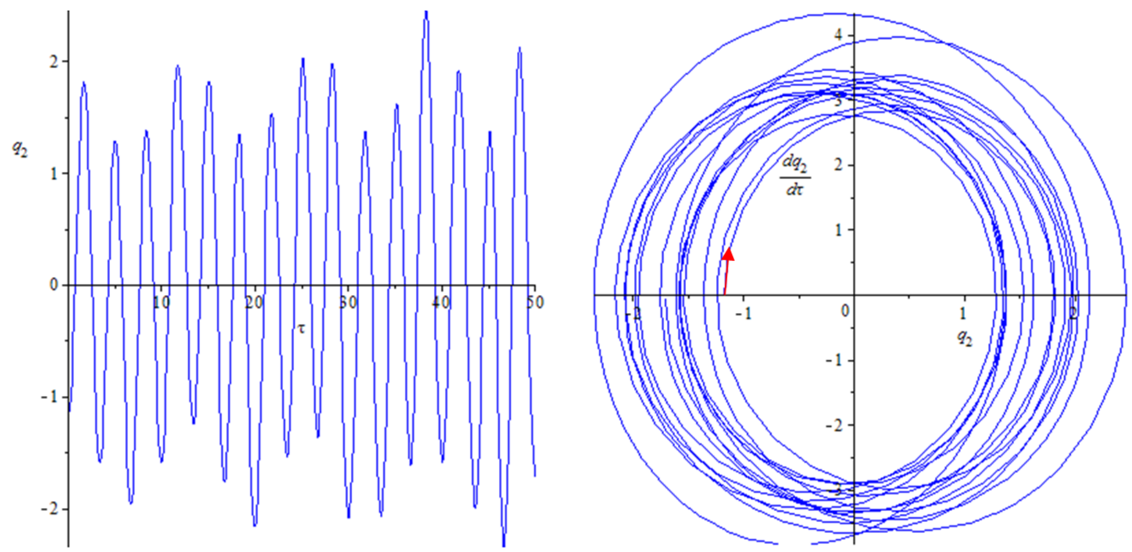
(الف) نمودار فاز – صفحه (ب) نمودار پاسخ زمانی

شکل ۷- نمودار پاسخ زمانی و فاز- صفحه برای q_1 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.85$



(الف) نمودار فاز- صفحه (ب) نمودار پاسخ زمانی

شکل ۸- نمودار پاسخ زمانی و فاز- صفحه برای q_2 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0$



(الف) نمودار فاز- صفحه (ب) نمودار پاسخ زمانی

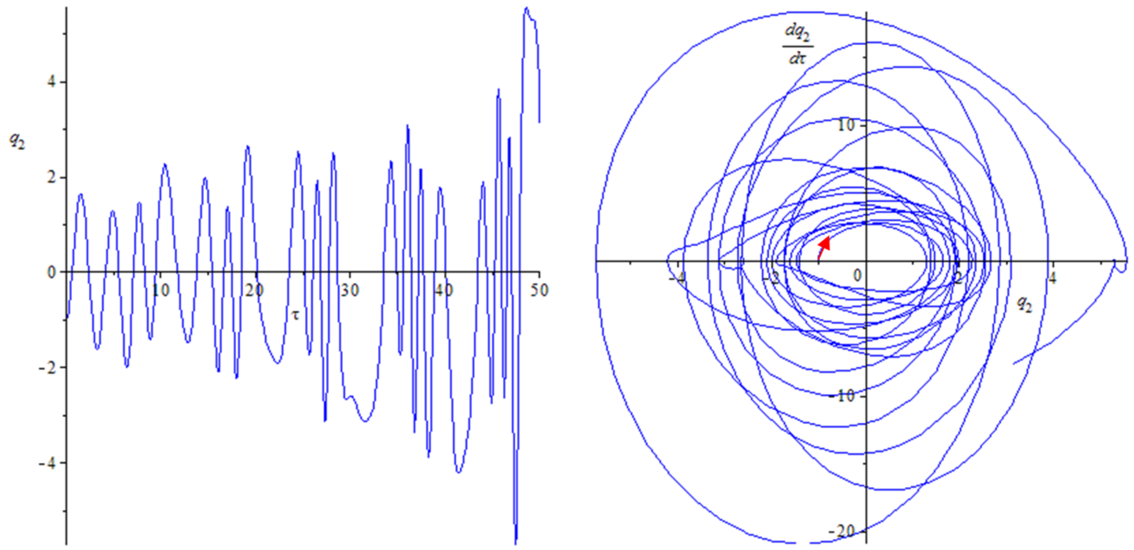
شکل ۹- نمودار پاسخ زمانی و فاز- صفحه برای q_2 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.15$

افزایش یافته و به سمت رفتار آشوبناک تمایل پیدا نموده و در نتیجه با گذشت زمان سیستم به سمت ناپایدار شدن تمایل پیدا می‌کند.

شکل ۱۳ نمودار فاز- صفحه اثر فرکانس سرعت سیال β را در رفتار دینامیکی، برای q_2 نشان می‌دهد. همانطور که از نمودارهای فاز- صفحه قابل مشاهده است، با افزایش β، آشفتگی و بی نظمی دینامیکی سیستم رو به افزایش رفته و در نتیجه با گذشت زمان، سیستم به سمت ناپایدار شدن کشیده می‌شود.

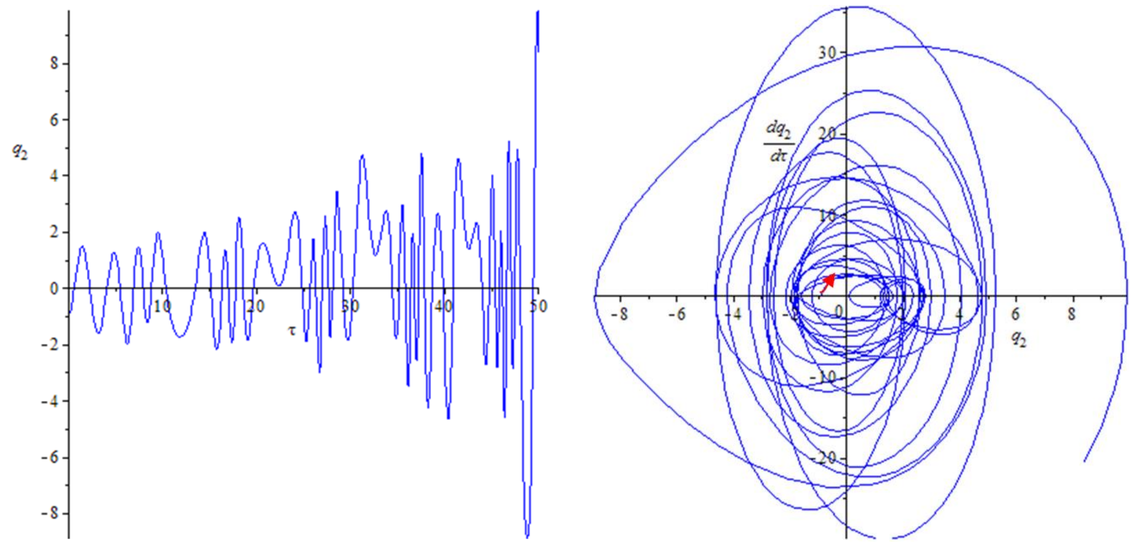
بوهن و همکارانش [۵]، برای بررسی منطقه پایداری از تئوری فلوکوت و بسط دترمینان نامحدود همگرا[1] استفاده

[1] Converging Infinite Determinant Expansions



(ب) نمودار پاسخ زمانی (الف) نمودار فاز – صفحه

شکل ۱۰- نمودار پاسخ زمانی و فاز– صفحه برای q_2 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.658$



(ب) نمودار پاسخ زمانی (الف) نمودار فاز – صفحه

شکل ۱۱- نمودار پاسخ زمانی و فاز– صفحه برای q_2 با استفاده از $\gamma = 0.1382, \beta = 0.65, \eta = 0.4, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.85$

نمودند. برای بررسی درستی روش مقیاس زمانی چندگانه در این تحقیق، مقایسه‌ای با نتایج بوهن در خصوص پایداری سیستم صورت گرفته است.

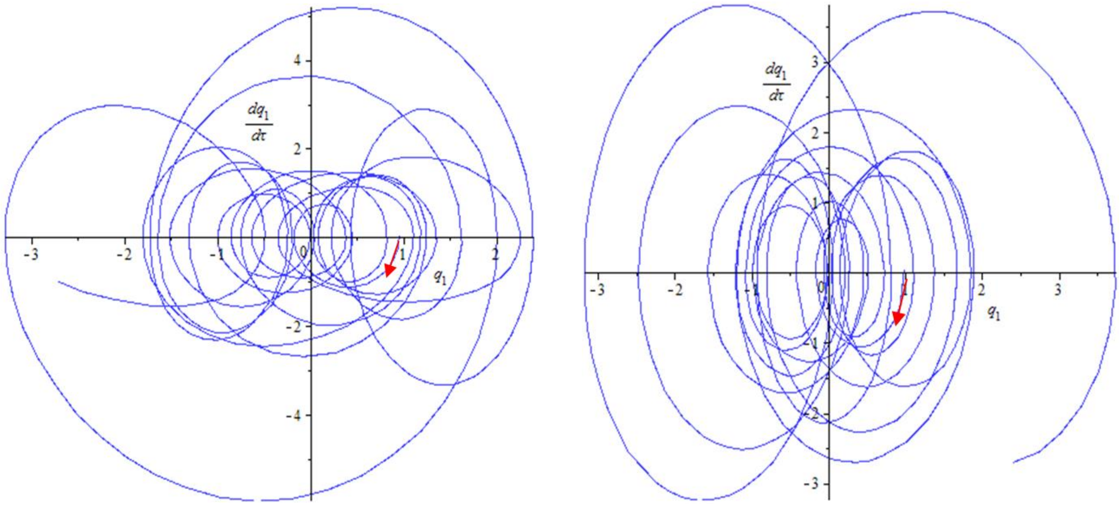
در این بخش برای مطالعه رفتار دینامیکی لوله‌های مفصلی حامل سیال، اثر پارامترهای مختلف از جمله سرعت اولیه سیال u_0، نسبت جرم سیال بر مجموع جرم سیال و جرم لوله ها γ و فرکانس سرعت سیال β در پاسخ فرکانسی پرداخته می‌شود. برای بررسی صحت روش مقیاس زمانی چندگانه، به منظور بررسی منطقه پایداری سیستم در حالتی که رزونانس های پارامتریک برای مد دوم و رزونانس داخلی ۳:۱ در حضور خود تحریکی[1] ایجاد شده باشد، مورد مطالعه

[1] Self Excited

قرار گرفته و با نتایج بوهن و همکارانش [۵] این مقایسه صورت می‌گیرد.

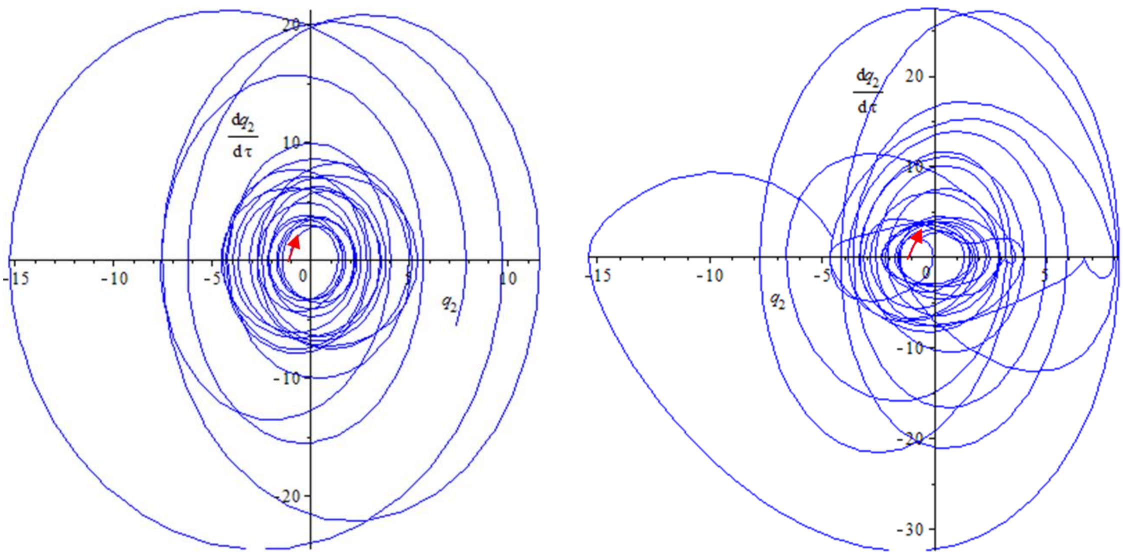
شکل ۱۴ تاثیر سرعت اولیه سیال u_0 را در پاسخ فرکانسی برای مد اول a_1 با در نظر گرفتن $\sigma_2=0.2, \beta=0.5, \eta=0.3, \gamma=0.25, a_2=1$ نشان می‌دهد. با ترسیم پارامتر انحراف σ_1 بر حسب دامنه مد اول a_1 مشاهده می‌شود، با افزایش u_0، فرکانس تشدید کاهش یافته و در نتیجه سیستم در فرکانس‌های تحریک پایین‌تری، باعث افزایش دامنه می‌شود؛ همچنین با افزایش u_0، مقدار دامنه برای مد اول a_1 افزایش یافته و منحنی پاسخ فرکانسی به سمت چپ جابجا می‌شود [۳۹].

شکل ۱۵ تاثیر فرکانس سرعت سیال β را در پاسخ فرکانسی برای مد اول a_1 با در نظر گرفتن $\sigma_2=0.3, \gamma=0.4, \eta=0.1, u_0=0.7, a_2=1$ نشان می‌دهد.



(الف) $\gamma = 0.6251$ (ب) $\gamma = 0.1382$

شکل ۱۲- نمودار فاز- صفحه برای q_1 با استفاده از $\beta = 0.4, \eta = 0.2, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.7$

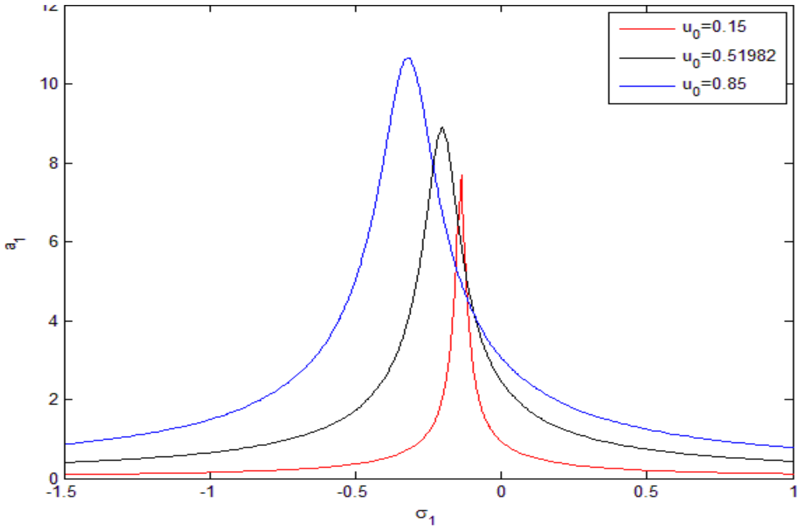


(الف) $\beta = 0.9$ (ب) $\beta = 0.2$

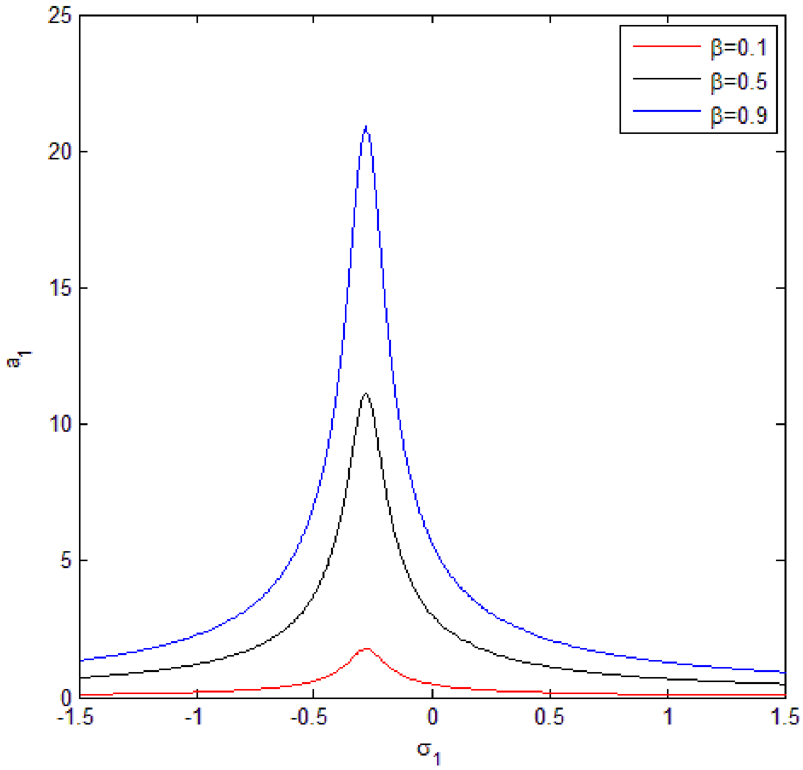
شکل ۱۳- نمودار فاز- صفحه برای q_1 با استفاده از $\gamma = 0.1, \eta = 0.1, \varepsilon = 0.05, u_0 = 0.8$

شکل ۱۵ نشان می‌دهد، در لوله‌هایی که فرکانس سرعت سیال بالاتری دارند، دامنه ارتعاشی سیستم به مراتب بالاتر از حالتی است که لوله، فرکانس سرعت سیال پایین تری دارد و با افزایش β، فرکانس مربوط به رشد دامنه ارتعاشات نیز کاهش می‌یابد، ولی منحنی پاسخ فرکانسی به سمت راست یا چپ جابجا نمی شود [۴۱].

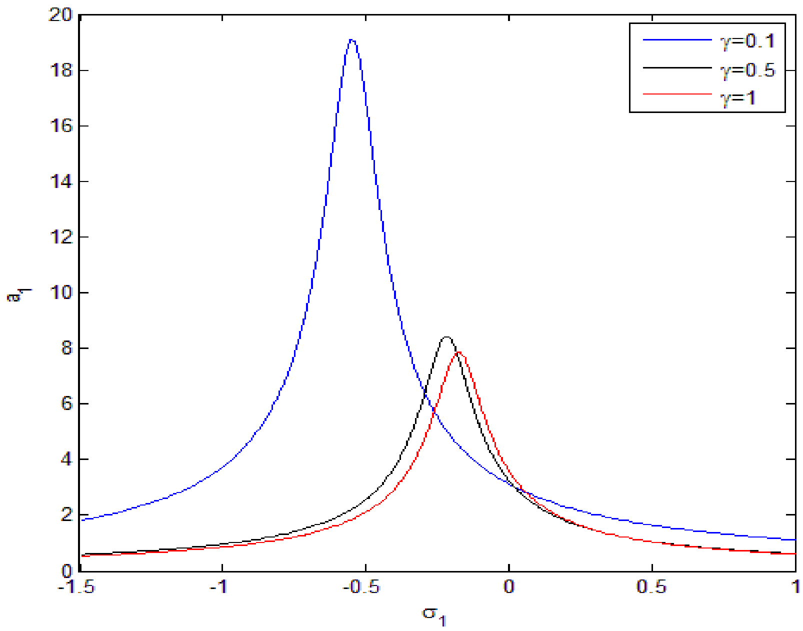
شکل ۱۶ شدت اثر نسبت جرم سیال بر مجموع جرم سیال و جرم لوله‌ها γ را در پاسخ فرکانسی برای مد اول



شکل ۱۴- اثر سرعت اولیه u_0 در پاسخ فرکانسی سیستم



شکل ۱۵- اثر فرکانس سرعت سیال β در پاسخ فرکانسی سیستم



شکل ۱۶- اثر نسبت جرم سیال بر مجموع جرم سیال و جرم لوله‌ها γ در پاسخ فرکانسی سیستم

a_1 با در نظرگرفتن $\sigma_2=0.2, \beta=0.5, \eta=0.3, u_0=0.8, a_2=1$ نشان می‌دهد. از شکل ۱۶ مشاهده می‌شود که با افزایش γ، به شکل قابل توجهی دامنه ارتعاشات لوله کاهش می‌یابد و در نتیجه فرکانس تشدید نیز بالاتر برود [۴۱].

نقطه شروع رفتار سیستم در نمودارهای فاز-صفحه با فلش قرمز نمایش داده شده است.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله، لوله‌های مفصلی صلب دو درجه آزادی حامل سیال در نظر گرفته شده است؛ بطوری که سرعت سیال داخل لوله هارمونیک است. برای حل معادلات کوپله متغیر با زمان، روش مقیاس زمانی چندگانه مورد استفاده قرار گرفت. به منظور اعتبار سنجی و بررسی صحت و درستی روش حل، از روش عددی رانگ-کوتا مرتبه چهارم و همچنین نتایج بوهن استفاده گردید. برای مطالعه رفتار دینامیکی سیستم و اثر پارامترهای موثر در آن از نمودارهای پاسخ زمانی و فاز-صفحه استفاده گردید. نتایج بررسی‌های صورت گرفته بصورت زیر خلاصه می‌شود:

۱- روش مقیاس زمانی چندگانه که در این تحقیق استفاده شده است، در مقایسه با روش حل عددی و همچنین نتایج بوهن [۵] از خطای کمی برخوردار است، ولی در یک بازه زمانی کم، این اختلاف کمی بیشتر بوده، اما در اکثر بازه زمانی، این اختلاف کم و ناچیز بوده و مطابقت خوبی بین نتایج وجود دارد.

۲- در حالتی که سرعت اولیه داخل سیال ثابت است، نوسانات سیستم دارای سیکل $(u_0 = 0)$ حدی چندگانه است و دارای بی نظمی خاص و مشخصی است و با گذشت زمان فرم آن تغییر خاصی نمی‌کند.

۳- با افزایش u_0، سیستم به وسیله کمانش استاتیکی و فلاتر به سمت از دست دادن ناپایداری نزدیک می‌شود. بطوری که سیستم در نزدیکی فلاتر رفتار های سیکلی انجام می‌دهد. از طرفی دامنه جابجایی سیستم، در سرعت‌های بالا افزایش می یابد؛ همچنین نظم رفتاری در سرعت‌های مختلف متفاوت است و رفتارهایی نظیر سیکل حدی و آشوب مشاهده می‌شود. بطوری که با گذشت زمان، رفتار سیستم آشوبناک شده و رفتار غیر قابل پیش بینی ایجاد می‌کند.

۴- با افزایش u_0، دامنه جابجایی سیستم، افزایش یافته و سیستم پایداری خود را از دست می‌دهد و

به سمت یک سیستم ناپایدار تمایل پیدا می کند؛ همچنین نظم رفتاری در سرعت‌های مختلف متفاوت بوده و رفتارهایی نظیر سیکل حدی و آشوب ایجاد می‌شود. بطوری که در سرعت‌های بالاتر از سرعت بحرانی، رفتار سیستم آشوبناک بوده و رفتار غیر قابل پیش بینی ایجاد می‌شود.

۵- با کاهش γ آشفتگی و بی نظمی دینامیکی افزایش یافته و به سمت رفتار آشوبناک تمایل پیدا می‌کند و در نتیجه با گذشت زمان سیستم به سمت ناپایدار شدن متمایل می‌شود.

۶- با افزایش β، آشفتگی و بی‌نظمی دینامیکی سیستم رو به افزایش رفته و در نتیجه با گذشت زمان، سیستم به سمت ناپایدار شدن کشیده می‌شود.

۷- با افزایش u_0، فرکانس تشدید کاهش یافته و در نتیجه سیستم در فرکانس‌های تحریک پایین تری، باعث افزایش دامنه می‌شود؛ همچنین با افزایش u_0، مقدار دامنه برای مد اول a_1 افزایش یافته و منحنی پاسخ فرکانسی به سمت چپ جابجا می‌شود

۸- در لوله‌هایی که فرکانس سرعت سیال بالاتری دارند، دامنه ارتعاشی سیستم به مراتب بالاتر از حالتی است که لوله، فرکانس سرعت سیال پایین تری دارد و با افزایش β، فرکانس مربوط به رشد دامنه ارتعاشات نیز کاهش می‌یابد، ولی منحنی پاسخ فرکانسی به سمت راست یا چپ جابجا نمی شود.

۹- با افزایش γ، به شکل قابل توجهی دامنه ارتعاشات لوله کاهش می‌یابد و در نتیجه فرکانس تشدید نیز بالاتر می‌رود.

۷- مراجع

[1] Païdoussis MP (1998) Fluid-structure interactions slender structures and axial flow. McGill University Press.

[2] Benjamin TB (1961(a)) Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid I. Theory. Proceedings of the Royal Society (London) A 261: 457-486.

[3] Benjamin TB (1961(b)) Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid II. Experiments. Proceedings of the Royal Society (London) A 261: 487-499.

[4] Païdoussis MP (1970) Dynamics of tubular cantilevers conveying fluid. J Mech Eng Sci 12: 85-103.

[5] Bohn MP, Herrmann G (1974) The dynamic behavior of articulated pipes conveying fluid with periodic flow rate. J Appl Mech 41: 55-62.

[6] Sugiyama Y, Noda T (1981) Studies on stability of two-degree-of-freedom articulated pipes conveying fluid: Effect of an attached mass and damping. Bulletin of JSME 24 (194): 1354-1362.

[7] Jensen JJ (1999) Articulated pipes conveying fluid pulsating with high frequency. Nonlinear Dynam 19: 171-191.

[8] Modarres-Sadeghi Y, Semler C, Wadham-Gagnon M, Païdoussis MP (2007) Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part3:Three-dimensional dynamics in the presence of an end-mass. J Fluids Struct 23: 589-603.

[9] Païdoussis MP, Semler C, Wadham-Gagnon M, Saaid S (2007) Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part2: Dynamics of the system with inter mediate spring support. J Fluids Struct 23: 569-587.

[10] Wadham-Gagnon M, Païdoussis MP, Semler C (2007) Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 1: Nonlinear equations of three-dimensional motion. J Fluids Struct 23: 545-567.

[11] Modarres-Sadeghi Y, Paı MP, Semler C (2008) Three-dimensional oscillations of a cantilever pipe conveying fluid. Int J Nonlinear Mech 43: 18-25.

[12] Kim HJ, Rya BJ, Jung SH (2009) Effect of external damping and tip mass on dynamic stability of pipes conveying fluid. Trans Korean Soc for Noise Vib Eng 19(6): 569-574.

[13] Ghareeb TH, Hamed YS, Elkader MS (2012) Non-linear analysis of vibrations of non-linear system subjected to multi-excitation forces via a non-linear absorber. Appl Math 3: 64-72.

[14] Ghayesh MH, Païdoussis MP (2010)Three-dimensional dynamics of a cantilevered pipe conveying fluid, additionally supported by an intermediate spring array. Int J Nonlinear Mech 45(5): 507-524.

[۱۵] مرادی گ، داری پور ش، حسینعلی پور م (۱۳۹۰) تحلیل رفتار دینامیکی خط لوله انتقال گاز در اثر تغییرات دبی جریان. *نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۹۹-۹۱ :(۲)۱.

[16] Hegazy UH (2014) Internal-External Resonance and Saturation Phenomenon in a Two Coupled

Nonlinear Oscillators. Int J Mech Appl 4(3): 101-114.

[17] Low PS, Ramlan R, Muhammad NS, Ghani HA (2016) Comparison of harmonic balance and multiple scale method on degree of nonlinearity for duffing oscillator. ARPN J Eng Appl Sci 11(8): 5314-5319.

[18] Wang W, Chen L (2016) Stability and hopf bifurcation analysis of an epidemic model by using the method of multiple scales. Hindawi Publishing Corporation Math Problems in Eng.

[19] Dehrouyeh-Semnani AM, Zafari H, Dehdashti E, Nikkhah-Bahrami M (2016) A parametric study on nonlinear flow-induced dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe in post-flutter region from macro to micro scale. Int J Nonlinear Mech 85: 207–225.

[20] Wang L, Hong Y, Dai H, Ni Q (2016) Natural frequency and stability tuning of cantilevered CNTs conveying fluid in magnetic field. Acta Mechanica Solida Sinica 29 (6): 567-576.

[21] Mnassri I, Baroudi AE (2017) Vibrational frequency analysis of finite elastic tube filled with compressible viscous fluid. Acta Mechanica Solida Sinica 30(4): 435-444.

[22] Ghazavi MR, Molki H, Alibeigloo A (2018) Nonlinear analysis of the micro/nanotube conveying fluid based on second strain gradient theory. Appl Math Modelling 60: 77-93.

[۲۳] سعیدیها م، کرمی محمدی ا (۱۳۹۸) تحلیل ارتعاشات لوله حاوی جریان سیال، از جنس ماده هدفمند تابعی در راستای ضخامت. نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۹(۴): ۱۰۷-۱۱۶.

[24] Mohammadi J, Nikkhah-Bahrami M (2019) Stability analyses of articulated rigid pipes conveying fluid with harmonic velocity using the method of multiple time scales. J Mech Sci Technol 34(3): 1-12.

[25] Sanchez NE, Nayfeh AH (1990) Prediction of bifurcations in a parametrically excited duffing oscillator. Int J Nonlinear Mech 25(2-3): 163-176.

[26] Khalkhali RA, Norouzzadeh R, Gholami R (2015) Forced vibration analysis of conveying fluid carbon nanotube resting on elastic foundation based on modified couple stress theory. J Modares Mech Eng 15(3): 27-34.