



تحلیل دینامیکی و کنترلی ناپایداری جریان دوفازی در فرایند جوشش

محمد رضا شاه نظری^{۱*}، اشکان امجدی گلپایگانی^۲، علی صابری^۳ و میلاد فلاحی^۳

^۱ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۲۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۳۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۲۳

چکیده

در این مقاله هدف تحلیل دینامیکی همراه با ملاحظات احتراز از بروز ناپایداری در جریان دوفازی در یک کانال حرارتی است. تاثیر پمپ با در نظر گرفتن یک تابع افت فشار بر حسب سرعت جرمی جریان مدل شده است. عوامل موثر در تعامل مشخصه مقاومت داخلی و پمپ با بروز ناپایداری لدینگ مورد بررسی قرار گرفته است. در صورت وجود نوسان، دامنه نوسانات در این پدیده محدود است؛ همچنین وجود حجم فشرده سیال (سرج تانک) می‌تواند سبب بروز ناپایداری افت فشاری در سیستم شود. با در نظر گرفتن این که شرط وقوع ناپایداری، کوچک‌تر بودن شیب منحنی مشخصه خارجی از شیب منحنی مشخصه داخلی در ناحیه شیب منفی مشخصه مقاومت داخلی خواهد بود؛ روش‌های کنترل ناپایداری با افزودن مقاومت ورودی و یا از طریق پمپ مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. روش لیاپانوف در تحلیل خطی وقوع ناپایداری مورد استفاده قرار گرفته است و پرتو فازی در نقاط تکین ارائه شده است؛ همچنین بررسی‌ها نشان می‌دهد که دامنه و فرکانس نوسانات وابسته به پارامتر ضریب زوال نوسان است و با کاهش آن فرکانس نوسان افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: جریان دوفاز؛ ناپایداری؛ جوشش؛ نوسانات افت فشار؛ کنترل.

Dynamic Analysis and Control of Two Phase Flow Instability in Boiling Channel

M.R. Shahnazari^{1,*}, A. Amjadi Golpayegani², A. Saberi², M. Fallahi³

¹ Associated Professor., Mech. Eng. Dep., K. N. Toosi Uni. of Technology, Tehran.

² Ph.D. Candidate, Mech. Eng. Dep., K. N. Toosi Uni. of Technology, Tehran.

³ M. Sc. Student, Mech. Eng. Dep., K. N. Toosi Uni. of Technology, Tehran.

Abstract

The aim of this paper is to dynamically analyze the instability of two phase flow in a heated channel, in order to avoid its occurrence. Impact of the pump is modeled by considering a pressure drop function in terms of mass velocity. The conditions of internal resistance characteristic and how it interacts with the pump characteristic curve, which will cause leading instability; Has been Investigated. In presence of oscillation, the amplitude of oscillation in this phenomenon is limited. Also, It has been shown that the presence of a surge tank can cause instability of the pressure drop in the system. with considering condition that instability occurs if the slope of the external characteristic curve is smaller than the slope of the internal characteristic curve in the negative slope region of the internal resistance characteristic; Instability control methods have been investigated and analyzed by adding input resistance or by control the supply pressure. Lyapunov method is used in order to linear instability analysis and flow phase portrait is presented in singular points. Also, the solution show that the amplitude and frequency of oscillation depend on the oscillation damping coefficient and with decreasing it the frequency of the oscillation increases.

Keywords: Two Phase Flow; Instability; Boiling; Pressure Drop Oscillations; Control.

۱- مقدمه

جریان جوشش در کانال به دلیل مزایای زیاد نظیر دستیابی به مقادیر ضریب انتقال حرارت بالا، درجه حرارت نسبتاً یکنواخت و امکان ساختارهای جمع و جور بصورت متعارف در صنعت بکار می‌رود. هرچند، به دلیل امکان وقوع ناپایداری تجهیزات شامل این فرایند می‌توانند دچار آسیب و خرابی گردند [۱-۵]. ناپایداری در جریان دو فاز معمولاً به صورت کلی، به دو بخش ناپایداری‌های ایستا و ناپایداری‌های پویا تقسیم می‌شود [۶].

ناپایداری لدینگ و جوشش بحرانی از نوع ناپایداری ایستا و نوسانات افت فشاری، نوسانات موج چگالی و توزیع نامناسب جریان از انواع ناپایداری دینامیک می‌باشند [۷-۹]. ناپایداری لدینگ چنانچه گفته شد، یک ناپایداری ایستا است که در آن پدیده دوشاخه‌ای شدن رخ می‌دهد. به عبارت دیگر، ناپایداری لدینگ هنگامی رخ می‌دهد که اگر سیستم به دلیل اختلال از نقطه تعادل اصلی خارج شود، به یک نقطه تعادلی جدید انتقال پیدا کند [۱۰-۱۲]. این ناپایداری عملاً منجر به یک جهش ناگهانی از سرعت جرمی موجود به مقدار بالاتر یا پایین‌تر می‌شود و اکثر اوقات وقوع آن در سیستم‌های جوشش جریان به دلیل تغییر ناگهانی سرعت جریان جرمی منجر به سوختگی دیواره کانال می‌شود. تحقیقات انجام شده قبلی در خصوص ناپایداری لدینگ نشان می‌دهد، وقوع آن به سه شرط منحنی افت فشار داخلی با شیب منفی، کمتر بودن شیب منحنی مشخصه خارجی از شیب منحنی افت فشار داخلی و وجود چندین نقطه عملیاتی احتیاج دارد [۶، ۱۰ و ۱۱].

برای اولین بار در سال ۱۹۳۸ لدینگ بحث ناپایداری در جریان دو فازی را مطرح کرد، از آن به بعد طی سال‌ها آزمایش‌های متعددی توسط محققان مختلف برای بررسی لدینگ انجام شده است [۶، ۱۳ و ۱۵]. در این آزمایش‌ها جزئیات این نوع ناپایداری، مورد بررسی قرار گرفته است، علاوه بر این، مساله شبیه‌سازی تحلیلی و عددی به منظور درک پویایی سیستم دارای ناپایداری لدینگ انجام شده است [۱۰-۱۲، ۱۶].

در فضای پارامترها، مشخصات منطقه ناپایداری لدینگ برای کارکرد ایمن سیستم‌های کم فشار مانند گردش طبیعی مهم است [۱۰، ۱۷ و ۱۸]. نوسان افت فشار به دلیل بسته به

مشخصات جوشش جریان در کانال در صورت وجود حجم فشرده در بالا دست جریان کانال حرارتی رخ می‌دهد [۹ و ۱۹].

ناپایداری نوسانات افت فشار در واقع یک ناپایداری دینامیک مرکب است و عامل راه‌اندازی و آغاز آن ناپایداری استاتیک است. ویژگی اصلی این ناپایداری، فرکانس پایین و دامنه بالا است. دوره تناوب این ناپایداری، نسبتاً بلند و در مرتبه دقیقه است. سه شرط لازم برای رخداد این ناپایداری عبارتند از وجود یک حجم تراکم‌پذیر در بالادست جریان، وجود منطقه شیب منفی در منحنی مشخصه داخلی در نقطه عملکرد سیستم و کوچک‌تر بودن شیب منحنی مشخصه خارجی در نقطه عملکرد [۲۰-۲۲].

اوزاوا و همکاران نوسانات افت فشار را به صورت تحلیلی و تجربی بررسی کردند [۲۱] و روش پارامتر فشرده و تکنیک خطی‌سازی را به کار گرفتند و افت فشار را با یک تابع درجه سه تخمین زدند. هرچند که حد پایداری توسط داده‌های تجربی مشخص شده است، اختلاف دوره تناوب تجربی و عددی تا ۱۰۰٪ است. در ادامه تحلیل‌های غیرخطی دیگری نیز انجام شده و اثر حرارتی دیواره نیز در برخی موارد پارامتر مهمی ارزیابی شده است. در بیشتر موارد دوره تناوب با نتایج تجربی حدود ۱۰۰٪ اختلاف دارد [۲۳-۲۵]. پادکی و همکاران [۱۳]، با تحلیل دینامیک غیرخطی و تئوری انشعاب بیان کردند، ناپایداری نوسانات افت فشار بعد از نقطه فوق بحرانی انشعاب هاف رخ می‌دهد که این نقطه منطبق بر شروع شیب منفی نمودار است. در این تحقیق حرارت به لوله به عنوان پارامتر هاف در نظر گرفته شده است و تاثیر حرارت بر منطقه شیب منفی بررسی گردیده است. در این تحقیق با استفاده از سرعت جرمی در نقطه عملکرد معادلات بی‌بعد شده‌اند. لیو و همکاران [۲۶] نیز نتیجه مشابهی با در نظر گرفتن نرخ جریان جرمی به عنوان پارامتر هاف به دست آوردند. با مرور کارهای انجام شده مشاهده می‌شود که مدل پارامتر فشرده برای پیش‌بینی دوره زمانی و دامنه نوسان تقریب خوبی است و اختلاف در دوره تناوب مربوط به فرض شبه پایدار در تحلیل است [۲۰]. مدل‌های مختلف حل جریان دوفازی به کار گرفته شده‌اند. کاکاچ و همکاران سیستمی افقی را برای نوسانات فرکانس پایین با استفاده از مدل شار توده‌ای بررسی کردند [۲۷]. در استفاده از این

میکرو کانال در بررسی چگونگی کنترل ناپایداری درحال گسترش است، بررسی‌ها نشان داده که استفاده از مقاومت ورودی در کنترل نوسانات افت فشار موثر است [۸، ۱۹ و ۳۳].

در این مقاله، با معرفی کمیات مشخصه جدید بدون بعد و ارائه یک رویه مناسب جهت بدست آوردن افت فشار شرایط پایا برحسب سرعت جرمی به ازای حالات ممکن، منحنی مشخصه مقاومت داخلی بصورت یک عبارت چند جمله‌ای صریح ارائه شده است که امکان بررسی در خصوص شکل منحنی مشخصه افت فشار و وجود و یا عدم وجود مینیمم نسبی یا تقاطع با خط جریان تک‌فاز با توجه به تغییر اعداد بدون بعد کلی معرفی شده برای فرایند فراهم شده است و یک ضابطه کلی تحلیلی برحسب فرم بدون بعد فرکانس واکنش و عدد اصطکاک بدست آمده است. علاوه بر این با استفاده از تابع حاصل تحلیل خطی ناپایداری بر اساس تئوری لیاپانوف انجام شده است. با توجه به این تحلیل بر اساس منحنی مشخصه خارجی و نحوه تلاقی آن با منحنی مقاومت داخلی، استعداد سیستم جهت وقوع ناپایداری لدینگ در نقاط تکین مورد بحث قرار گرفته است؛ همچنین با معرفی پارامترهای بی‌بعد مناسب، نقش پارامترهای مختلف بر حسب اعداد بی‌بعد تعریف شده در دامنه و دوره نوسانات مشخص گشته است. تحلیل پایداری خطی با استفاده از روش لیاپانوف و بررسی عددی دستگاه معادلات غیر خطی برای سیستم شامل، کانال حرارتی و پمپ با و بدون حجم فشرده صورت گرفته است. در نهایت به عنوان هدف اصلی انجام این تحقیق؛ براساس نتایج حاصل از تحلیل تابع لیاپانوف در خصوص وقوع ناپایداری ایستا و پویا روش‌های محتمل استفاده از مقاومت ورودی و یا پمپ جابجایی مثبت بمنظور مدیریت ناپایداری مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند.

۲- مدل‌سازی و تئوری

مساله مورد بررسی لوله گرم‌کن به صورت طرح شماتیک شکل ۱ مد نظر قرار می‌گیرد که در آن ناحیه تک‌فاز و دوفاز به وسیله مرز جوشش (Z_f) از هم تفکیک و مدل می‌شوند. درحقیقت ناحیه دوفاز جریان به وسیله یک مرز فرضی که توسط منطقه آغاز جوشش مشخص می‌شود، از ناحیه تک‌فاز و ورودی جدا می‌شود. این مدل‌سازی بر اساس توسعه روش

مدل، آنها مساله با شرایط پایا را حل نمودند و همچنین نتایج مدل همگن و شرایط گذرا نیز برآورد کردند که در هر دو حالت نتایج خوبی حاصل شده است. آن‌ها در بررسی‌های خود علاوه بر ناپایداری نوسانات افت فشار، نوسانات حرارتی را نیز مشاهده کردند و نشان دادند که این دو نوسان توأم با یکدیگرند و نوسانات افت فشار و دما در یک فاز هستند. راسپینی نتایج مدل استاتیکی معمول و مدل دینامیکی را با یکدیگر مقایسه کرد [۲۸]. شاه‌نظری و همکاران با استفاده از تحلیل دوشاخه‌ای، نوسانات افت فشار و ناپایداری لدینگ را تحلیل و اندرکنش بین این دو ناپایداری را مورد ارزیابی قرار دادند [۲۹]. در سال‌های اخیر برای شرایط فشار پایین و میکروکانال ناپایداری نوسانات افت فشار مورد توجه قرار گرفته است و تحلیل ناپایداری غیر خطی برای بررسی نوسانات افت فشار انجام شده است [۲۷ و ۳۰].

اگرچه مطالعات زیادی در مورد ناپایداری جریان جوشش در جریان دوفاز انجام شده است، اما بیشتر تحقیقات موجود روی حذف شار گرما در دستگاه و تجزیه و تحلیل نوسانات افت فشار و جریان جرم متمرکز است [۳۱ و ۳۲] و علیرغم اهمیت مدیریت ناپایداری، مدیریت فعال نوسانات پویا به صورت ویژه کمتر مورد توجه قرار گرفته است. دلیل عمده این موضوع، وابسته به مورد بودن این گونه تحلیل با توجه به پیچیدگی مدل و تعدد پارامترها در این فرایند است. این در حالی است که به دلیل همین پیچیدگی طراحی سیستم کنترل با حلقه بسته ممکن است، سخت و ساخت آن با توجه به افزایش عدم قطعیت ناشی از طراحی غیر کامل و نه چندان دقیق بسیار پرهزینه باشد. از این رو نحوه مدیریت ناپایداری جوشش جریان، می‌تواند مورد بهره‌برداری متخصصان کنترل به منظور طراحی سیستم کنترل فعال قرار گیرد. استفاده از مقاومت ورودی می‌تواند روش موثری در کنترل ناپایداری باشد؛ اگرچه به خاطر رشد قابل توجه افت فشار معمولاً فقط برای سیستم‌های با افت فشار کم و یا کم ظرفیت می‌تواند مقرون بصرفه باشد [۳۱ و ۳۳].

در سال‌های اخیر عواملی که می‌توانند دامنه و فرکانس نوسان را تحت تأثیر قرار دهند، از جمله هندسه کانال، میزان جریان، بار حرارتی و مقدار حجم فشرده در سیستم بمنظور امکان احتراز از ناپایداری جریان، تحلیل شده‌اند [۳۴ و ۳۵]. استفاده از دریچه‌های ورودی یا شیر ورودی و هندسه‌های

$$G_{l,max} = \frac{\delta h_l^*}{\delta h_v^*} = \delta h_v^{-1} \quad (5)$$

که در اینجا از δh_l^* به عنوان مشخصه بی‌بعدسازی استفاده شده است.

۳- روابط ریاضی

معادلات حاکم برای جرم، پیوستگی و انرژی به صورت یک‌بعدی در شرایط گذرا به شکل زیر قابل بیان است [۲۸]:

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \frac{\partial G^*}{\partial z^*} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial G^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{G^{*2}}{\rho^*} \right) = -\frac{\partial P^*}{\partial z^*} - 2 \frac{f^* G^{*2}}{D^* \rho^*} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t^*} (\rho^* h^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (G^* h^*) = \Phi^* \quad (8)$$

که با استفاده از مدل همگن، خواص به شکل زیر محاسبه می‌گردند:

$$\rho^* = \left[\frac{x}{\rho_v^*} + \frac{(1-x)}{\rho_l^*} \right]^{-1} \quad (9)$$

$$h^* = (1-x)h_l^* + xh_v^* \quad (10)$$

معادلات (۶) تا (۱۰) را می‌توان با معرفی کمیات بدون بعد به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G^2}{\rho} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} - N_f \frac{G^2}{\rho} \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial z} (Gh) = \Phi \quad (13)$$

$$\rho = \frac{1}{1 + xv_{fg}} \quad (14)$$

$$h = 1 + xh_{fg} \quad (15)$$

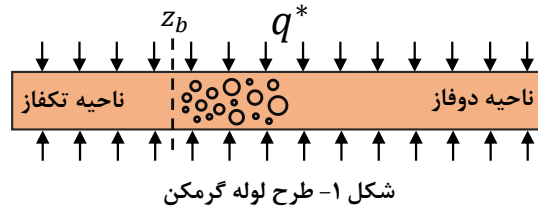
که کمیات بدون بعد به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$G = \frac{G^*}{G_{l,min}^*} \cdot \rho = \frac{\rho^*}{\rho_l^*} \cdot h = \frac{h^*}{\delta h_l^*}$$

$$P = \frac{P^*}{G_{l,min}^2 / \rho_l^*} \cdot N_f = \frac{2fL_t}{D^*}$$

$$t = \frac{t^*}{\frac{\rho^* L_t}{G_{l,min}^*}} \cdot z = \frac{z^*}{L_t} \quad (16)$$

به منظور دستیابی به حل پایه در بررسی و تحلیل دینامیک، ابتدا شرایط پایا به عنوان نرمال تحلیل می‌شود. در حالت پایا



شکل ۱- طرح لوله گرمکن

مونوز و همکاران [۳۶] با رویکرد پارامتر یکپارچه^۱ تدوین شده است. بایستی توجه داشت که با تعیین مرز جوشش، معادلات بقای جرم و انرژی در پایین دست و بالادست مرز جوشش بصورت مجزا قابل بررسی هستند، در حالیکه میزان افت فشار جریان پایین دست در معادله موازنه مومنتوم جریان بالادست تاثیر دارد؛ بنابراین امکان تفکیک معادله بقای مومنتوم برای دو ناحیه تکفاز و دوفاز میسر نیست [۳۶]. یک‌بعدی بودن جریان سیال، یکنواخت بودن گرمایش در طول کانال و صرفنظر کردن از ترم فشار در معادله انرژی فرضیات اصلی در نظر گرفته شده در مدلسازی می‌باشند.

انتقال حرارت به ازای سطح مقطع بر واحد طول لوله، به منظور سهولت در بیان معادله انرژی ثابت در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{q^*}{A^* L^*} = \Phi^* \quad (1)$$

همچنین حداقل نرخ جرمی ورودی مایع که بدون شروع تبخیر از لوله خارج می‌شود برای هر میزان از شار حرارتی وارد به لوله گرمکن می‌توان به صورت رابطه زیر تعریف کرد:

$$G_{l,min}^* (h_f^* - h_{in}^*) = \Phi^* L_t^* \quad (2)$$

$$G_{l,min}^* = \frac{\Phi^* L_t^*}{\delta h_f^*} \quad (3)$$

که در آن $G_{l,min}^*$ مشخصه نرخ جرمی است و به ازای $G = G_{in}^* / G_{l,min}^* > 1$ جریان ورودی در تمام طول لوله بدون تغییر فاز باقی می‌ماند؛ همچنین می‌توان $G_{l,max}^*$ را به عنوان حداقل نرخ جرمی ورودی مایع تعریف کرد که به ازای آن جریان، لوله را به صورت دوفاز ترک می‌کند:

$$G_{l,max}^* (h_v^* - h_{in}^*) = \Phi^* L_t^* \quad (4)$$

و یا به صورت بدون بعد به صورت زیر نوشت:

^۱ Lumped Parameter

۳-۱- سیستم فرایند مورد بررسی

به منظور سهولت و تحلیل مشخصه‌های ناپایداری لدینگ [۳۸] و البته به لحاظ کاربرد زیاد، سیستم فرایند شکل ۲ در نظر گرفته شده است.

با استفاده از شرط شبه‌پایا، معادله یکپارچه مونتوم برای کانال حرارتی را مجدداً می‌توان به شکل رابطه (۲۱) بیان کرد:

$$\frac{dG}{dt} = P - F(G) \quad (20)$$

معادله مونتوم برای خارج از کانال حرارتی نیز به صورت مشابه قابل بیان است:

$$\frac{P_e - P}{L_i} = \frac{dG}{dt} \quad (21)$$

هد تامین شده با پمپ نیز به صورت ساده به یک تابع خطی بر حسب سرعت جرمی قابل نمایش است:

$$(\Delta P)_{tot} = P_p - P_e = -|\alpha|G + \beta \quad (22)$$

که در آن ضرایب α و β با توجه به قابلیت پمپ قابل تعیین هستند. در حالت کلی:

$$(\Delta P)_{tot} = P_p - P_e = pump[G] \quad (23)$$

که تابع $pump[G]$ هد کلی پمپ را بر حسب سرعت جرمی جریان نشان می‌دهد. با استفاده از معادله (۲۵)، نرخ تغییرات افت فشار در کانال حرارتی بر حسب سرعت جرمی به صورت رابطه (۲۵) قابل بیان است:

$$\frac{dF(G)}{dG} = \frac{3N_f\Omega}{4}(G - G_1)(G - G_2) \quad (24)$$

$$\Delta P = N_{fI}G^2.$$

$$\Delta P = N_{fII}G^2 + N_{fIII}\Omega \left[\frac{G^3 - 2G^2 + G}{2} \right] + \Omega(1 - G).$$

$$\Delta P = N_{fI}G^3 + N_{fII} \left[\frac{v_{fg}G^3}{2} + h_{fg}G^3 \right] + N_{fIII}(G^2 - G^3\delta h_{vl}) + G^2v_{fg}$$

$$G > 1$$

$$\frac{1}{\delta h_v} < G < 1$$

$$G < \frac{1}{\delta h_v}$$

$$(25)$$

معادله پیوستگی به ثابت بودن سرعت جرمی (G) ساده می‌شود؛ همچنین با تعریف Z_b به عنوان طول شروع جوشش، معادله انرژی نیز به فرم ۱۷ ساده می‌شود:

$$Z_b = G \quad (17)$$

با استفاده از معادله (۱۷) و با توجه به ثابت بودن سرعت جرمی در طول لوله، پاسخ معادله مونتوم به ازای حالات زیر به صورت مستقل قابل بررسی است.

$$G > 1 \quad \text{حالت I}$$

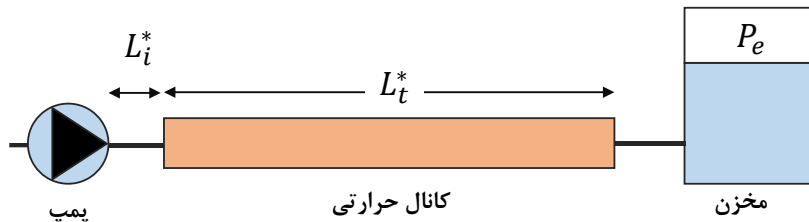
$$\frac{1}{\delta h_v} < G < 1 \quad \text{حالت II} \quad (18)$$

$$G < \frac{1}{\delta h_v} \quad \text{حالت III}$$

با توجه به توضیحات ارائه شده، در حالت (I) تبخیر در طول لوله اتفاق نمی‌افتد و سیال به صورت مایع لوله را ترک می‌کند. در حالت (II) $0 \leq Z_b \leq 1$ خواهد بود و سیال به صورت دو فاز از لوله خارج می‌شود. در حالت (III) نیز لوله حاوی هر سه فرم سیال به صورت مایع، دوفاز و بخار خواهد بود.

انتگراسیون معادله مونتوم در شرایط پایا، وابسته به هر یک از شرایط سه گانه مورد اشاره را به صورت (۱۹) می‌توان نوشت که در آن $\Omega = v_{fg}/h_{fg}$ به عنوان فرکانس جوشش بدون بعد نامیده می‌شود:

$$x = \frac{Z - Z_v}{1 - Z_b} x_e \quad (19)$$



شکل ۲- شماتیک سیستم جوشش شامل کانال حرارتی و پمپ

بر دینامیک فرایند جوشش درون کانال، سیستم شکل ۴ مورد بررسی قرار گرفته است.

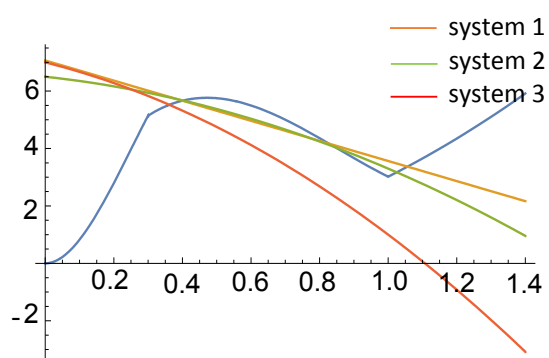
با توجه به مدل‌های ارائه شده برای هر یک از بخش‌های سیستم، مدل دینامیک برای شکل ۴ به صورت زیر است.

$$P' = \frac{P_e^2}{k_v P_{st0}} (G_i - G_o) \quad (29)$$

$$G'_i = \frac{1}{L_i} (pump(G) - (P_s - P_e)) \quad (30)$$

$$G'_o = (P_s - P_e) - F(G) \quad (31)$$

که در اینجا $pump(G)$ جایگزین هد کل پمپ یعنی $(P_s - P_e)_{st.st.}$ جایگزین $F(G)$ و $P_i - P_s + P_s - P_e$ شده است و L_i طول لوله ورودی (معادل لوله و فیتینگ ورودی) به صورت بی‌بعد است. شرایط اولیه در اینجا معادل شرایط اولیه برای دستگاه معادلات مستقیم شامل کانال حرارتی، مخزن ضربه‌گیر و محفظه است.



شکل ۳- تلاقی سه نمونه هد تامین شده پمپ (سیستم خارجی) و مقاومت داخلی کانال حرارتی

که در آن G_1 و G_2 مقادیر سرعت جرمی وابسته به اکستریم اختلاف فشار در طول کانال هستند. با جایگذاری معادله (۲۲) در (۲۱) و مشتق‌گیری بر حسب زمان از معادله رابطه ۲۶ حاصل خواهد شد:

$$L_i \frac{d^2 G}{dt^2} = pump'[G] \frac{dG}{dt} - \frac{d\Delta P}{dt} \quad (26)$$

و در نهایت با جایگذاری مشتق درجه دوم از معادله دیفرانسیل (۲۰)، می‌توان به رابطه (۲۷) دست یافت. بنابراین معادلات (۲۰) و (۲۷) را می‌توان به عنوان دستگاه معادله دینامیک سیستم در نظر گرفت. مشخصاً، با برقراری تعادل بین میزان هد تامین شده $(pump[G])$ و مقاومت درونی کانال $F(G)$ ، هر دو معادله ارضا می‌شوند. به عبارت دیگر نقاط برخورد معادله هد پمپ با رابطه مقاومت کانال، در حالت کلی یک (یا سه نقطه تکین) برای دینامیک سیستم خواهد بود. با توجه به رابطه (۲۷) سایر نقاط تکین تحلیل دینامیک سیستم، پاسخ‌های معادله زیر هستند:

$$\left(\frac{3L_i N_f \Omega L_i}{4} (G - G_1)(G - G_2) + pump'[G] \right) = 0 \quad (28)$$

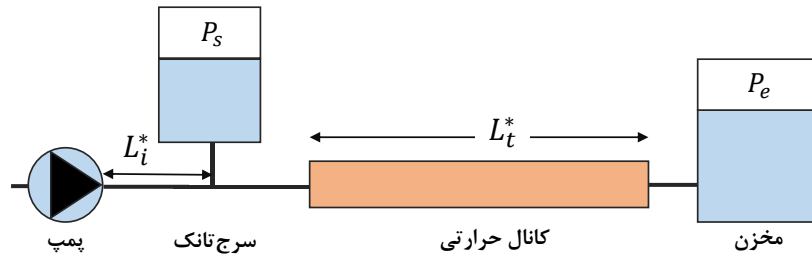
شکل ۳ تلاقی دو نمونه هد تامین شده پمپ (سیستم خارجی) و مقاومت داخلی کانال حرارتی را نشان می‌دهد. مشخصات سه تابع هد پمپ در نظر گرفته شده و نقاط تکین مربوطه به هر یک از آنها در جدول ۱ ارائه شده است.

اگر چه بررسی نوسانات افت فشار و انحراف جریان از شرایط پایا برای سیستم شامل کانال حرارتی و مخزن ضربه‌گیر توسط محققین متعدد مورد بررسی واقع شده، ولی غالباً از تاثیر پمپ در این سیستم صرف نظر شده است؛ لذا در ادامه جهت بررسی تاثیر عملکرد پمپ در شرایط دینامیک

$$\frac{d(\Delta P)}{dt} = \frac{1}{L_i(L_i + 1)} \left[\frac{3L_i N_f \Omega L_i}{4} (G - G_1) \times (G - G_2) + pump'[G] \right] \times [pump[G] - \Delta P] \quad (27)$$

جدول ۱- مشخصات توابع هد پمپ در نظر گرفته شده و نقاط تکین

سیستم	تابع هد پمپ	نوع تابع	پاسخ‌های حقیقی معادله $F(G) - pump(G) = 0$	پاسخ‌های معادله $L_i F'(G) - Pump'(G) = 0$
۱	$-3/5G + 7/06$	خطی	$0/4 - 0/827 - 1/1$	$0/31 - 1/15$
۲	$-1/9G^2 - 1/5G + 6/5$	غیرخطی	$0/41 - 0/846 - 1/190$	$0/243 - 1/09$
۳	$-3G^2 - 3G + 7$	غیرخطی	$0/512$	$0/43 - 1/01$



شکل ۴- شماتیک سیستم جوشش شامل کانال حرارتی، سرچ‌تانک و پمپ

جدول ۱- ضرایب روش MIRK

c	v	X		
۱	۱	.	.	.
۵/۲۴	۲۱۵/۵۷۶	-۹۵/۵۷۶	.	.
۷/۹	۲۴۱/۸۱	-۱۴۱۹/۱۵۳۹	-۶۵۶/۵۱۳	.
b^T		۱/۱۶	۳۸۴/۷۷۹	۸۱/۱۸۴

بردار b به صورت ترانهاده هستند. این فرم نمایش کلاسیک این روش است. در گام بعدی با در نظر گرفتن هر یک از کمیات G_0 و G_i ، P_s به صورت توابع زیر از متغیر زمان و استفاده از روش همپوشانی^۲، ضرایب مجهول تعیین می‌گردند.

$$P_{sa}(t) = \sum_{m=0}^{N_t} \alpha_m P_s e^{-mt} L_m(t)$$

$$G_{ia}(t) = \sum_{m=0}^{N_t} \alpha_m G_i e^{-mt} L_m(t)$$

$$G_{0a}(t) = \sum_{m=0}^{N_t} \alpha_m G_0 e^{-mt} L_m(t) \quad (34)$$

که در آن $L_m(t)$ ها توابع لاگور از درجه m و نقاط منتخب به صورت ریشه‌های چیشف در بازه $[0, N_t]$ در نظر گرفته شده‌اند. با در نظر گرفتن فرم کلی معادلات به صورت:

$$\mathcal{L}(u) = g, \quad t \in [0, N_s] \quad (35)$$

معادلات حدسی از روش زیر حاصل شده‌اند.

$$R(u) = \int_0^{N_t} (\mathcal{L}(u_a) - g) \delta(t - t_i) dt \rightarrow \min \quad (36)$$

² Collocation

۴- روش حل

جهت حل دستگاه معادلات، از یک روش توسعه یافته بر مبنای روش وزن دادن به باقیمانده^۱ استفاده شده است. در این روش ابتدا معادلات غیرخطی بر حسب مقادیر پیش‌بینی شده اولیه خطی می‌گردند. مقادیر پیش‌بینی شده برای این منظور با استفاده از حل دستگاه به روش MIRK حاصل می‌شوند. از روش MIRK به منظور برآورد دو هدف کنترل ناپایداری ناشی از خطا و کاهش حجم محاسبات استفاده شده است. در این روش برای حل مرحله بعد دستگاه معادلات، از رابطه (۳۲) استفاده می‌شود [۳۹]:

$$Y_{n+1} = Y_n + h \sum_{r=1}^3 b_r F(Y_r) \quad (32)$$

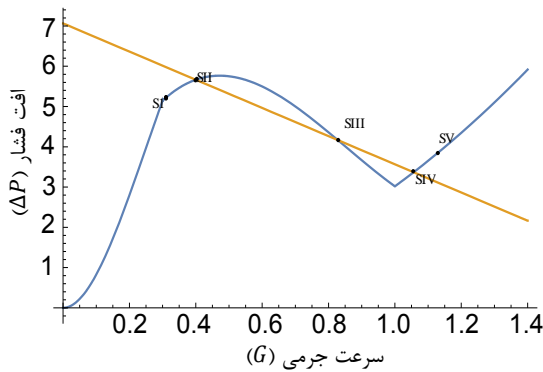
که Y_r به صورت ضمنی بر حسب سایر مجهولات از رابطه ۳۳ تعیین می‌شود:

$$Y_r = (1 - v_r) Y_n + v_r Y_{n+1} + h \sum_{j=1}^{r-1} x_{r,j} F(Y_j), \quad r = 1, 2, 3. \quad (33)$$

بنابراین در این روش در هر مرحله معادلات تنها بر حسب Y_{n+1} به صورت ضمنی تعریف شده‌اند. ضرایب MIRK معمولاً به وسیله جدول زیر تعیین می‌شوند که در آن $c = v + X e$ ، $v = (v_1, v_2, v_3) T$ ماتریس ۳ در ۳ است که درایه‌های آن به صورت $x_{i,j}$ تعریف می‌شوند. می‌توان اثبات کرد، انتخاب جدول ضرایب زیر روشی دارای پایداری مناسب است [۴۰].

در جدول ۱ ستون اول درایه‌های بردار c ، ستون دوم از سمت چپ درایه‌های بردار v و سه ستون بعدی درایه‌های ماتریس X را نشان می‌دهند؛ همچنین سطر آخر درایه‌های

¹ WRM



شکل ۵- تلاقی نمونه هد تامین شده پمپ (سیستم خارجی) و مقاومت داخلی کانال حرارتی متقاطع در سه نقطه

برای شرایط اولیه بین نقاط S_I و S_{II} جریان خروجی به نقطه پایدار S_I همگرا می‌شود. این در حالی است که با گذر از نقطه S_{II} جریان به نقطه پایدار S_V همگرا می‌شود. به عبارت دیگر، یک دو شاخه‌ای شدن با تغییر جزئی شرایط ورودی در گذر از نقطه S_{II} رخ می‌دهد. شکل ۶ تغییرات اصلی سرعت جرمی را نزدیک نقاط دو شاخه‌ای شدن نشان می‌دهد. در نزدیکی هر یک از نقاط ناپایدار تکین (S_{II} ، S_{III} ، S_{IV})، جریان قبل از همگرا شدن به نقاط پایدار S_I یا S_V دچار نوسان می‌شود.

حل معادلات برای منحنی درجه دوم که در سه نقطه منحنی مقاومت داخلی سیستم را قطع می‌کند، رفتار یکسانی را نشان می‌دهد. در حالیکه رفتار سیستم برای حالتی که تابع برآورد مقاومت داخلی و تابع برآورد مقاومت خارجی در یک نقطه وجود دارند (شکل ۷)، متفاوت است. بسته به انتخاب طول لوله فاصله پمپ تا کانال حرارتی (L_i)، پرتو فازی نقطه S_{II} می‌تواند به صورت نقطه ناپایدار زین‌اسبی یا گره ناپایدار باشد. تحلیل سیستم در این حالت نشان می‌دهد که نقاط S_I و S_{II} به عنوان جاذب جریان عمل می‌کنند.

به عبارت دیگر به ازای هر شرایط اولیه سرعت جرمی کمتر از S_{II} در ورودی، سیستم به سمت نقطه S_I و به ازای هر شرایط اولیه سرعت جرمی بزرگتر از S_{II} در ورودی، سیستم به سمت نقطه S_{III} میل می‌کند. به منظور بررسی برهم‌کنش پایداری لدینگ و افت فشار سیستم جوشش همراهِ با سرج تانک برای هر دو نوع منحنی مقاومت خارجی مورد نظر تحلیل شد.

با انتخاب M ضریب مجهول برای هر یک از کمیات، با توجه به وجود شرایط اولیه، از $M - 1$ نقطه منتخب، معادلات نوشته می‌شوند و تعداد $3M$ ضرایب مجهول از حل دستگاه حدسی $3M \times 3M$ حاصل می‌شوند.

۵- نتایج و بحث

مدلسازی فرایند جوشش درون کانال برای شرایط پایا منجر به یک رابطه افت فشار بر حسب سرعت جرمی درون کانال شد. چنانچه اشاره شد، مشخصات این منحنی کاملاً وابسته به مشخصات سیال، میزان حرارت ورودی و میزان مادون سردی جریان ورودی است. مجموعه این شرایط را به صورت بدون بعد ارائه شده می‌توان در سیستم ضرایب معادله مورد نظر قرار داد. فرکانس جوشش (Ω)، آنتالپی تغییر فاز (h_{fg})، نسبت دانسیته (ρ_g/ρ_f) و تفاوت آنتالپی بخار اشباع و مایع ورودی (δh_v) کمیاتی هستند که به صورت مستقیم شکل منحنی افت فشار حالت پایا بر حسب سرعت جرمی را مشخص می‌کند. شکل ۵ منحنی مقاومت داخلی سیستم کانال حرارتی را در تقابل با مشخصه مقاومت خارجی (تابع هد پمپ شماره ۱ در جدول ۱) نشان می‌دهد. نقاط تکین هر سیستم چنانچه اشاره شد، پاسخ معادلات زیر هستند:

$$pump(G) - F(G) = 0$$

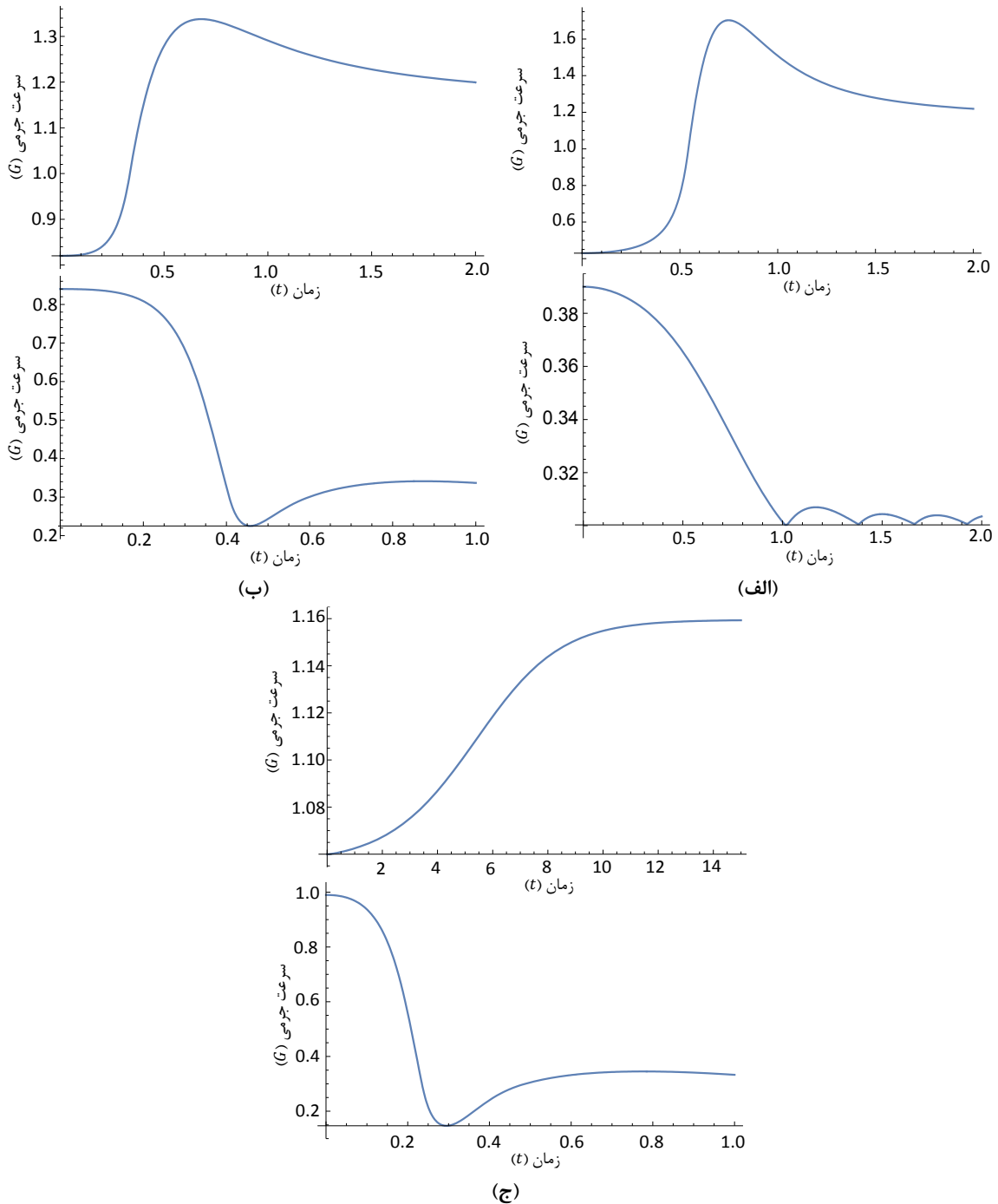
$$L_i F'[G] + pump'[G] = 0 \quad (37)$$

تعداد نقاط تکین حاصل از معادله برخورد هد کلی پمپ در مقاومت داخلی کانال (موازنه مقاومت خارجی و داخلی) بسته به شیب هد پمپ می‌تواند یک یا سه نقطه باشد. از سوی دیگر وجود و یا عدم وجود و همچنین موقعیت نقاط تکین ناشی از معادله وابسته به نسبت طول ورودی به طول کانال (L_i)، شیب منحنی کارکرد پمپ و شیب مقاومت داخلی کانال دارد. با توجه به معادله مشخصه در صورت مشخص بودن ($L_i F'(G) + pump'(G)$)، امکان وجود ناپایداری در سیستم وجود دارد.

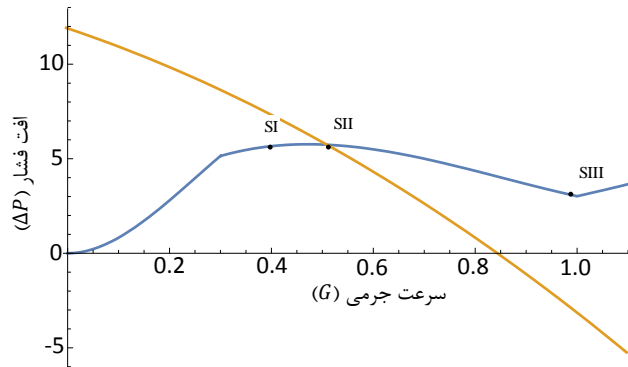
در صورت بزرگ بودن L_i ($L_i \gg 1$)، نقاط تکین S_I و S_V بسیار نزدیک به نقاط ماکزیمم و مینیمم منحنی $F(G)$ می‌گردند. به عبارت دیگر در این حالت، نقاط تکین مورد اشاره بسیار نزدیک به ریشه‌های مشتق تابع $F(G)$ خواهد بود. مشخصاً نقاط S_I و S_V نقاط گره i پایدار، نقطه S_{II} و S_{IV} دارای ناپایداری زین‌اسبی و S_{III} یک گره ناپایدار است.

دستگاه معادلات (۲۶) تا (۲۸)، تشریح کننده سیستم مورد نظر است. شکل ۸ مدار سیکل محدود را به ازای پارامتر داخلی و منحنی هد کل در سه نقطه نشان می دهد.

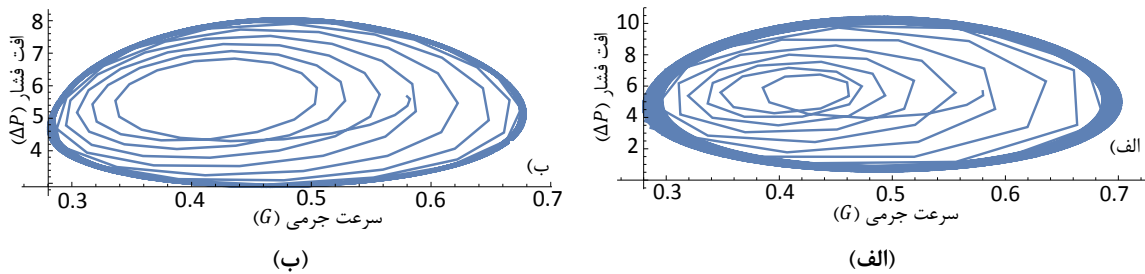
برای $\mu^2 = P_{st.st}^2 / k_v P_{st0}$ حالت برخورد منحنی مقاومت



شکل ۶- تغییرات سرعت جرمی نزدیک نقاط دو شاخه‌ای شدن الف) قبل و بعد از نقطه S_I، ب) قبل و بعد از نقطه S_{II}، و ج) قبل و بعد از نقطه S_{III}



شکل ۷- تلاقی نمونه هد تامین شده پمپ (سیستم خارجی) و مقاومت داخلی کانال حرارتی متقاطع در یک نقطه



شکل ۸- مدار سیکل محدود برای پارامتر $\mu^2 = P_{st,st}^2 / k_v P_{st0}$ در الف) $\mu^2 = 500$ و ب) $\mu^2 = 150$ برای حالت برخورد منحنی مقاومت داخلی و منحنی هد کل در سه نقطه

توسط کاکاج و بن [۱۰] و ژانگ و همکاران [۳۳] نیز اشاره شده است، می‌تواند با برطرف کردن شرایط لازم برای این ناپایداری یعنی کمتر بودن جبری نرخ تغییرات افت فشار برحسب سرعت جرمی مقاومت داخلی از کمیت مشابه آن برای منحنی مشخصه پمپ (تامین فشار) صورت گیرد. فراهم کردن این شرایط از طریق انتخاب مناسب پمپ (α مناسب) و یا در صورت معین بودن پمپ با تغییر ضریب $F'(G)$ ، یعنی $3N_f \Omega / 4$ (معادله (۲۴)) امکان‌پذیر است. تغییر ضریب $F'(G)$ را می‌توان با افزایش فشار یا قطر کانال و یا کاهش طول کانال میسر کرد.

۵-۱- کنترل پایداری PDO

مدل دینامیک سیستم شامل پمپ، حجم فشرده و کانال حرارتی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

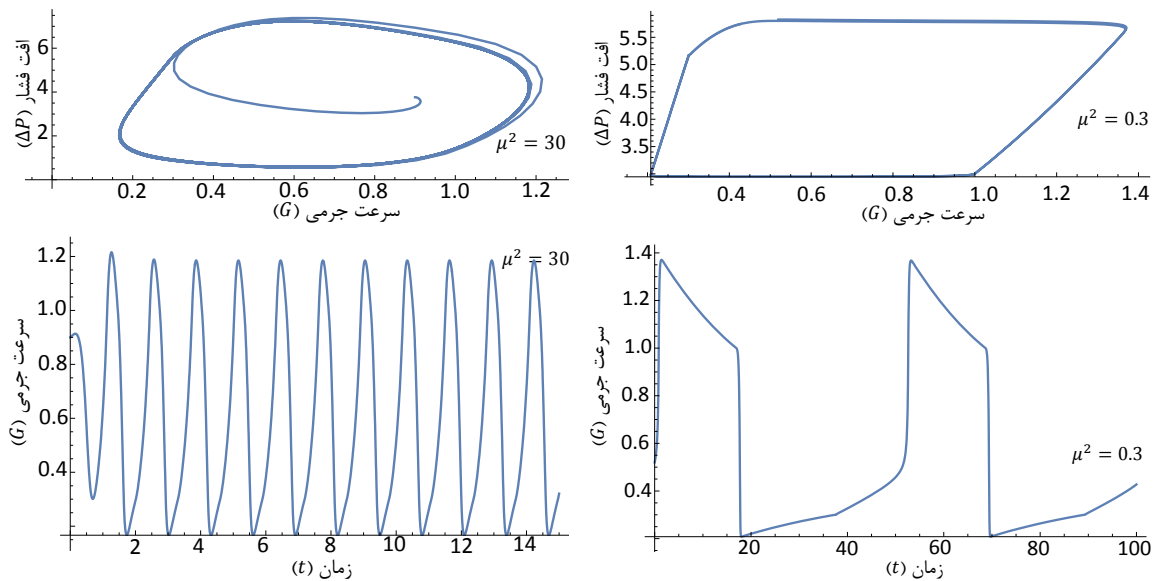
$$\frac{dP}{dt} = \frac{P^2}{k_v P_{st0}} (G_{in} - G)$$

$$\frac{dG}{dt} = \Delta P - \Delta P_D \quad (38)$$

مشاهده می‌شود که با کاهش اندازه پارامتر μ^2 که می‌تواند با افزایش حجم سرج تانک صورت گیرد، از نوسانات سیستم کاسته می‌شود و در هیچ شرایطی سیستم به ازای $\mu^2 < 65$ دارای ناپایداری دینامیک نخواهد بود. با افزودن سرج تانک برای حالت برخورد منحنی مقاومت داخلی و منحنی هد کل در یک نقطه، می‌توان مشاهده کرد که پدیده ناپایداری افت فشار به ازای همه مقادیر (μ^2) رخ می‌دهد. محدوده ناپایداری نیز از ناحیه منفی بودن شیب $F(G)$ به منفی بودن $L_i F'(G) + pump'(G)$ گسترش یافته است. شکل ۹ مدار شکل محدود و نوسانات سرعت جرمی را برای مقادیر مختلف (μ^2) و برای حالت برخورد منحنی مقاومت داخلی و منحنی هد در یک نقطه نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که شکل مدار از چهارگوش به بیضی با افزایش μ^2 تغییر می‌کند.

۵- کنترل ناپایداری

احتراز از ناپایداری لدینگ (دو شاخه‌ای شدن)، چنانچه



شکل ۹- مدار سبکل محدود و نوسانات سرعت جرمی برای پارامتر $\mu^2 = P_{st0}^2/k_v P_{st0}$ مختلف در حالت برخورد منحنی مقاومت داخلی و منحنی هد کل در یک نقطه

$$\frac{dV}{dt} = C_p \delta G (\delta P - \frac{\partial \Delta P_D}{\partial G} \delta G) + \delta P (-C_p \delta G)$$

و در نهایت

$$\frac{dV}{dt} = -C_p (\delta G)^2 \frac{\partial (\Delta P_D)}{\partial G} \quad (42)$$

به عبارت دیگر ثابت بودن $\partial(\Delta P)/\partial G$ دیفرانسیل تابع لیاپانوف برحسب زمان دارای علامت منفی خواهد بود و بر مبنای قضیه معروف پایداری لیاپانوف، سیستم دارای پایداری مجانبی خواهد بود.

۵-۱-۱- کنترل پایداری به وسیله شیر کنترل ورودی

با استفاده از شیر کنترل ورودی می‌توان ناپایداری نوسانی جریان جوشش را کنترل کرد. البته این روش علی‌رغم سادگی نسبی در اجرا، بدلیل افزایش افت فشار سیستم، باعث افزایش قدرت مورد نیاز جهت تامین فشار سیستم می‌شود. برای سیستم شامل شیر ورودی، افت فشار داخلی سیستم (ΔP_D) شامل افت فشار شیر هم خواهد شد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta P_D = \Delta P_{ch} + \Delta P_v \quad (43)$$

که افت فشار شیر ورودی (ΔP_v) را می‌توان بر اساس سرعت جرمی ورودی به کانال حرارتی به شکل زیر بیان کرد [۱۰]:

که در این مدل از طول لوله (L_i) در مقایسه با طول کانال حرارتی صرف‌نظر شده‌است و همچنین جهت امکان یک بررسی تحلیلی بر مبنای روش لیاپانوف، تنها حالتی که G_{in} ثابت است (سرعت ثابت پمپ) مد نظر قرار گرفته است.

با تعریف $\delta P = P - P_0$ و $\delta G = G - G_{in}$ که P_0 و G_{in} شرایط پایای اولیه سرعت جرمی و فشار هستند و دستگاه معادله (۱) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$\frac{d(\delta G)}{dt} = (\delta P + P_0 - P_c - \Delta P_D) \quad (39)$$

$$\frac{d(\delta P)}{dt} = -\frac{P^2}{k_v P_{st0}} \delta G \quad (40)$$

که $P^2/k_v P_{st}$ را می‌توان تقریباً ثابت در نظر گرفت [۱۹]. با تعریف تابع لیاپانوف V بر اساس مقادیر انحرافی δP و δG بصورت زیر [۱۳]:

$$V = \frac{1}{2} C_p (\delta G)^2 + \frac{1}{2} (\delta P)^2 \quad (41)$$

که در آن C_p جایگزین $P^2/k_v P_{st}$ به عنوان یک ضریب مثبت و ثابت شده‌است. بر این اساس دیفرانسیل تابع لیاپانوف برابر است با

$$\frac{dV}{dt} = C_p \frac{d(\delta G)}{dt} \delta G + \frac{d(\delta P)}{dt} \delta P$$

و یا

با توجه به رابطه حاصل، حداکثر میزان بازشدگی در هر سیستم به صورت غیرمستقیم و از طریق خواص ترمودینامیکی سیال نظیر آنتالپی تغییر فاز و فاز بخار و فرکانس واکنش (Ω) به نوع سیال و فشار کارکرد ارتباط دارد و از طریق N_f به مشخصات هندسی کانال یعنی نسبت طول به قطر وابسته است.

توجه به این نکته ضروری است که اگرچه شرط بدست آمده برای درجه بازشدگی شیر ورودی پایداری جریان را تضمین می‌کند، ولی از آنجا که این شرط بر اساس قضیه لیاپانوف حاصل شده، شرط کافی برای پایداری است و شرط لازم می‌تواند با هزینه کرد پایین‌تر افت فشار حاصل شود. این موضوع را به صورت غیر مستقیم از این مساله نیز می‌توان استنباط کرد که اگرچه در عمل و تجربه پارامتر R_v یعنی نسبت حجم فشرده به حجم کانال حرارتی تاثیر مهمی در پایداری دارد، در رابطه (۵۰) این پارامتر حضور ندارد. شرایط اقتصادی کنترلی شیر ورودی را می‌تواند از آنالیز غیرخطی حاصل و بصورت پیوسته برحسب زمان کنترل گردد.

شکل ۱۰ میزان تاثیر مقاومت شیر ورودی ثابت بر افت فشار سیستم را نشان می‌دهد. بوضوح مشاهده می‌شود که جهت احتراز از شیب منفی در بخش دو فاز افت فشار شاخصی به سیستم بویژه در بخش تک فاز (مایع) تحمیل شود. البته حتی در صورت عدم استفاده از مدار بسته کنترلی، همین روش اشاره شده را می‌توان تا حد زیادی بهبود بخشید. به عبارت دیگر، استفاده از شیر کنترلی فعال بجای شیر ورودی ثابت علاوه بر حذف نوسانات، بخش عمده‌ای از افت فشار تحمیلی را کاهش می‌دهد.

شکل ۱۱- الف پرتو فازی نوسانات جریان را برای دو حالت بدون شیر ورودی و با شیر ورودی در مقایسه با یکدیگر و در منحنی افت فشار سیستم نشان می‌دهد. در شکل ۱۱-ب پرتو فازی نوسانات جریان را برای حالت وجود شیر کنترلی و ورودی نشان می‌دهد، به وضوح کاهش و حذف نوسانات در اثر فعال شدن و عملکرد شیر کنترلی قابل مشاهده است؛ همچنین منحنی تغییرات سرعت جرمی و فشار (شکل ۱۱-ج) و (شکل ۱۱-د) در اثر عملکرد شیر کنترلی ورودی نشانگر حذف نوسانات و گذر سیستم از شرایط ناپایدار به پایدار است.

$$\Delta P_V = k_{valve} G^2 \quad (44)$$

که در آن K_{valve} ثابت اتلاف شیر است و می‌تواند به صورت تابعی برحسب درصد باز بودن شیر بیان شود. با معرفی α_v به عنوان پارامتر درصد باز بودن شیر که می‌تواند مقداری بین صفر تا یک را داشته باشد، افت فشار داخلی سیستم برابر خواهد بود با:

$$\Delta P_D = F(G) + k_{valve} (\alpha_v) G^2 \quad (45)$$

بر اساس تحلیل تابع لیاپانوف، چنانچه ثابت شد، با مثبت بودن $\partial(\Delta P_D)/\partial G$ سیستم دارای پایداری مجانبی خواهد بود، با جایگذاری $F(G)$ و مشتق‌گیری برحسب زمان می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta P_D)}{\partial G} = G^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{N_f} - 1 \right) G \\ + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{N_f} + \frac{1}{2} \right) + 2k_{valve} (\alpha_v) G \geq 0 \end{aligned} \quad (46)$$

و در نتیجه

$$2k_{valve} (\alpha_v) G \geq \frac{4}{3} \left(1 + \frac{1}{N_f} - \frac{1}{\Omega} \right) G - G^2 \quad (47)$$

و یا

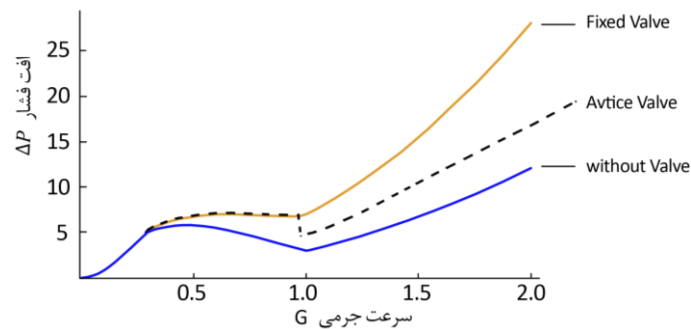
$$\Delta P_V \geq \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{N_f} - \frac{1}{\Omega} \right) G^2 - G^3 \quad (48)$$

و چون در ناحیه دوفاز $1/\delta h_v < G < 1$ قرار دارد بنابراین:

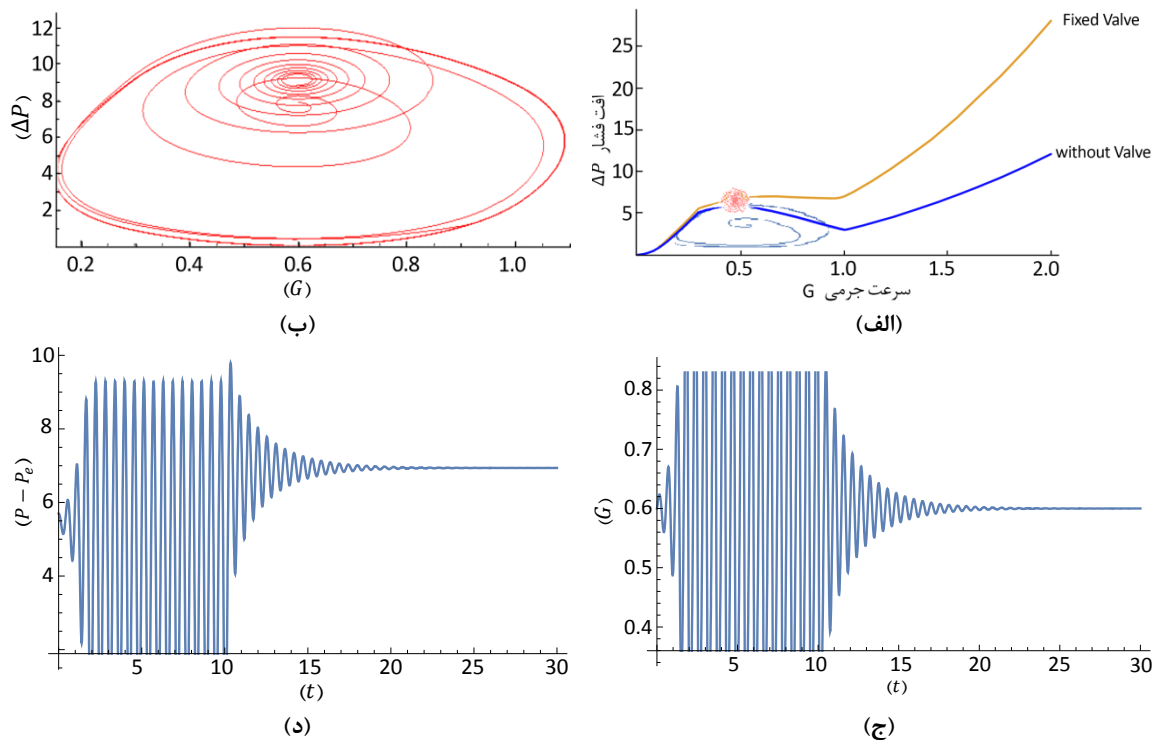
$$k_{valve} (\alpha_v) \geq \frac{2}{3} \left[\left(1 + \frac{1}{N_f} - \frac{1}{\Omega} \right) - \frac{1}{\delta h_v} \right] \quad (49)$$

از آنجا که میزان ضریب اتلاف شیر با درصد باز بودن آن رابطه معکوس دارد؛ اگر تابعیت K_{valve} برحسب α_v را بصورت متداول C_r/α_v^2 در نظر بگیریم که در آن C_r یک ضریب مثبت جهت ارتباط میزان ضریب اتلاف شیر به درصد باز بودن آن است، بیشینه α_v یعنی درصد بازشدگی شیر ورودی، جهت تعیین پایداری مجانبی برابر خواهد بود با:

$$\alpha_{V,max} = \sqrt{\frac{3/2 N_f \Omega \delta h_v C_r}{\Omega \delta h_v (N_f + 1) - N_f (\delta h_v - 3/2 \Omega)}} \quad (50)$$



شکل ۱۰- منحنی مشخصه برای سه حالت با شیر ورودی ثابت، کنترلی و بدون شیر ورودی



شکل ۱۱- الف) پرتره فازی نوسانات جریان برای دو حالت با و بدون شیر ورودی، ب) پرتره فازی نوسانات جریان برا شیر کنترلی ورودی، ج) تغییرات سرعت جرمی در اثر عملکرد شیر کنترلی ورودی و د) تغییرات فشار در حالت شیر کنترلی ورودی

مثبت جهت تنظیم شرایط پایین دست استفاده شود. این امر بویژه جهت احتراز از تحمیل افت فشار شاخص به سیستم می‌تواند موثر باشد؛ بنابراین در این حالت نیازی به استفاده از شیر ورودی نخواهد بود، میزان تغییر سرعت جرمی به سرعت جرمی نامی پمپ δG_{in} را می‌توان به میزان نرخ تغییر سرعت ورودی به کانال حرارتی به شکل زیر وابسته کرد:

۵-۱-۲- کنترل پایداری به وسیله پمپ

با در نظر گرفتن مدل (۳۸) برای سیستم شامل پمپ، حجم فشرده و کانال حرارتی و مشتق‌گیری از رابطه (ب) و جایگزینی dP/dt در رابطه الف در آن می‌توان نوشت.

$$\frac{d^2G}{dt^2} + \frac{\partial(\Delta P_p)}{\partial G} \frac{dG}{dt} + \frac{P^2}{k_V P_{stst}} (G - G_{in}) = 0 \quad (51)$$

سرعت جرمی G_{in} را می‌توان متغیر مناسب دیگر برای کنترل پایداری در نظر گرفت، اگر از یک پمپ جابجایی

۶- نتیجه گیری

بحث و بررسی ناپایداری در فرایند جوشش درون کانال برای جریان دو فاز به خاطر اهمیت موضوع، به دفعات توسط محققین مختلف بررسی شده است، ولی با بررسی اختلاف ناپایداری لدینگ و ناپایداری نوع افت فشار که هر دو در ناحیه شیب منفی منحنی افت فشار بر حسب سرعت جرمی عمل می کنند، همچنان جای تحقیق بیشتری دارد. در این مقاله با هدف بررسی اختلاف این دو نوع ناپایداری، منحنی های مختلف هد پمپ به عنوان مقاومت خارجی سیستم در نظر گرفته شد. علاوه بر تحلیل دینامیک موضعی و نقش مشخصات پرتره های فازی در نقاط تکین، دو سیستم کانال حرارتی همراه با پمپ و کانال حرارتی همراه با پمپ و سرچ تانک تحلیل غیر خطی شد. نتایج نشان می دهد که هر دو ناپایداری در ناحیه دو فاز سیستم عمل می کند، گرچه ناپایداری افت فشاری ناشی از تعامل حجم فشرده سیال در سیستم رخ می دهد، ولی وجود سرچ تانک شرط کافی برای رخ دادن این ناپایداری نیست. در صورتی که تابع هد کلی پمپ دارای نقاط تقاطع بیش از یک در سیستم باشد، در سیستم ناپایداری لدینگ امکان وقوع خواهد داشت. دو نقطه پایای جاذب در سیستم وجود دارد که از موازنه منحنی مشخصه مقاومت داخلی و شیب منحنی مشخصه مقاومت خارجی (معادله) حاصل می گردند. نقاط برخورد دو تابع نقطه هستند که فرایند دینامیک در همسایگی آن ها دچار پدیده دو شاخه ای شدن می شود. جهت احتراز از این ناپایداری،

$$\delta G_{in} = k(G) \frac{d(\delta G)}{dt} \quad (52)$$

و با جایگذاری در رابطه ی (۵۱) می توان نوشت:

$$\frac{d^2(\delta G)}{dt^2} + \left[\frac{\partial(\Delta P)_{CH}}{\partial G} - \frac{P^2}{k_V P_{SST}} k(G) \right] \times \frac{d(\delta G)}{dt} + \frac{P^2}{k_V P_{SST}} \delta G = 0 \quad (53)$$

پایداری جریان دوفاز توسط شرط زیر تضمین می شود:

$$F'(G) - \frac{P^2}{k_V P_{SST}} k(G) > 0 \quad (54)$$

و یا

$$k(G) \leq \frac{k_V P_{SST}}{P^2} \left[G^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{N_f} - 1 \right) G + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{N_f} + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (55)$$

و چون تابع $F'(G)$ یک چند جمله ای درجه دوم اکیدا صعودی است، بنابراین دارای کران پایین است.

$$F'_{\min}(G) = -\frac{4}{9} \left(1 + \frac{1}{N_f} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{N_f} + \frac{1}{2} \right) \quad (56)$$

$$@ G_d = 1 + \frac{1}{N_f} - \frac{1}{\Omega}$$

و در صورتیکه مقدار G_d ما بین $1/\delta h_v$ و یک قرار بگیرد، مقدار $F'(G)$ به ازای $1/\delta h_v$ حاصل می شود، بنابراین:

$$k \leq \begin{cases} \frac{k_V P_{SST}}{P^2} \left[-\frac{4}{9} \left(1 + \frac{1}{N_f} - \frac{1}{\Omega} \right)^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{N_f} + \frac{1}{2} \right) \right] & \frac{1}{\delta h_v} \leq G_d \leq 1 \\ \frac{k_V P_{SST}}{P^2} \left[\delta h_v^{-2} + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{N_f} - 1 \right) \delta h_v^{-1} + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{N_f} + \frac{1}{2} \right) \right] & \text{if } G_d > 1 \text{ or } G_d \leq \frac{1}{\delta h_v} \end{cases} \quad (57)$$

عدد اصطکاک	N_f	نیاز به انتخاب شیب مناسب مقاومت خارجی خواهد بود. از سوی دیگر در صورتی که شیب مقاومت خارجی به گونه‌ای انتخاب گردد که برخورد میان مشخصه‌های داخلی و خارجی سیستم تنها در یک نقطه صورت گیرد. اگرچه می‌توان از دو شاخه‌ای شدن در ناپایداری لدینگ احتراز کرد، ولی این موضوع ممکن است، سبب کارکرد نامناسب کلی سیستم گردد، به عبارت دیگر نقاط کارکرد پایای سیستم محدود شود.
فشار	P	
حرارت ورودی	q	
کیفیت	x	
مختصات طولی	z	

علائم یونانی

چگالی	ρ	ناپایداری نوع افت فشاری، یک ناپایداری دینامیک است که در تقابل با سرچ تانک رخ می‌دهد. نتایج نشان داد، این پدیده در شرایط خاصی از مشخصه مقاومت خارجی رخ می‌دهد. برای مشخصه مقاومت خارجی که در سه نقطه منحنی افت فشار بر حسب سرعت جرمی کانال را قطع می‌کند، افزودن سرچ تانک به سیستم باعث پایداری می‌شود،
فرکانس واکنش	Ω	جز برای فشارهای بالا و حجم کم سرچ تانک ($1 \gg \mu^2$) که سیستم ناپایدار می‌شود، در سایر موارد سیستم پایدارتر خواهد بود. در عین حال برای منحنی مشخصه مقاومت خارجی، شیب منفی بزرگ به گونه‌ای که مقاومت داخلی را تنها در یک نقطه قطع کند، سیستم به ازای مقادیر سرعت جرمی برای شیب منفی منحنی افت فشار بر حسب سرعت جرمی، به ازای محدوده وسیعی از (μ^2) ناپایدار خواهد بود.
مقیاس زمان	μ	
حرارت وارده به ازای واحد حجم کانال	ϕ	

زیرنویس‌ها

خروجی	e	
اختلاف کمیت بین بخار و مایع اشباع	fg	
مایع اشباع	l	
شرایط حداقل نرخ جریان جرمی با خروجی مایع	l,min	
شرایط حداکثر نرخ جریان جرمی با خروجی بخار	l,max	
ورودی	in	

۶- فهرست علائم

مخزن ضربه‌گیر	s	A	سطح مقطع کانال
شرایط پایا	st.st.	D	قطر هیدرولیکی
بخار	v	f	ضریب اصطکاک
		F	تابع افت فشار کانال
		G	سرعت جرمی
		h	آنتالپی
		k_v	نسبت حجم تراکم‌پذیر به حجم کانال
		L_t^*	طول مقطع تحت حرارت
		Pump	تابع هد پمپ
		t	زمان

۷- مراجع

[1] Lee J, Mudawar I (2005) Two-phase flow in high-heat-flux micro-channel heat sink for refrigeration cooling applications: Part II—heat transfer characteristics. *Int J Heat Mass Tran* 48(5): 941-955.

[2] Kim SM, Mudawar I (2017) Thermal design and operational limits of two-phase micro-channel heat sinks. *Int J Heat Mass Tran* 106: 861-876.

[3] Kuo CJ, Peles Y (2009) Pressure effects on flow boiling instabilities in parallel microchannels. *Int J Heat Mass Tran* 52(1-2): 271-280.

- microchannel systems. *Int J Heat Mass Tran* 53(11-12): 2347-2360.
- [20] Chiapero EM, Fernandino M, Dorao C (2012) Review on pressure drop oscillations in boiling systems. *Nucl Eng Desig* 250: 436-447.
- [21] Ozawa M, Nakanishi S, Ishigai S, Mizuta Y, Tarui H (1979) Flow instabilities in boiling channels: part 1 pressure drop oscillation. *Bull JSME* 22(170): 1113-1118.
- [22] Park IW., Fernandino M, Dorao CA (2018) Experimental study on the characteristics of pressure drop oscillations and their interaction with short-period oscillation in a horizontal tube. *Int J Refrig* 91: 246-253.
- [23] Gürgenci H, Veziroglu T, Kakac S (1983) Simplified nonlinear descriptions of two-phase flow instabilities in vertical boiling channel. *Int J Heat Mass Tran* 26(5): 671-679.
- [24] Padki M, Liu H, Kakac S (1991) Two-phase flow pressure-drop type and thermal oscillations. *Int J Heat Fluid Fl* 12(3): 240-248.
- [25] Mawasha P, Gross R (2001) Periodic oscillations in a horizontal single boiling channel with thermal wall capacity. *Int J Heat Fluid Fl* 22(6): 643-649.
- [26] Liu H, Kocak H, Kakac S (1995) Dynamical analysis of pressure-drop type oscillations with a planar model. *Int J Multiphas Fl* 21(5): 851-859.
- [27] Kakaç S, Venkataraman MR, Pramuanjaroenkij A, Kotcioglu I (2009) Modeling of two-phase flow instabilities in convective in-tube boiling horizontal systems. *J Therm Sci Tech* 29(1): 107-116.
- [28] Ruspini LC (2013) Experimental and numerical investigation on two-phase flow instabilities. NTNU Uni.
- [29] Shahnazari MR, Amjadigolpayegani A, Soltani M (2021) Bifurcation analysis on interaction between ledinegg instability and pressure drop oscillations in a horizontal boiling channel. *Int J Heat Mass Tran* 166: 120760.
- [30] Rahman ME, Singh S (2018) Non-linear stability analysis of pressure drop oscillations in a heated channel. *Ch Eng Sci* 192: 176-186.
- [31] Nam NN, Lee SD, You SS, Phuc BDH (2019) Dynamical Analysis and Active Control for Flow Instabilities in Boiling Microchannel. *Int J Heat Mass Tran* 37(1): 203-211.
- [32] Doyle J (1982) Analysis of feedback systems with structured uncertainties. *IEE P-Contr Theor Ap*.
- [33] Zhang T, Wen JT, Julius A, Bai H, Peles Y, Jensen MK (2010) Parallel-channel flow instabilities and active control schemes in two-phase microchannel heat exchanger systems. *IEEE Contr P*.
- [34] Shahnazari M, Amjadi Golpayegani A, Saberi A (2020) Modeling and parametric analysis of two-
- [4] Ghobadi M, Muzychka YS (2015) Heat transfer and pressure drop in mini channel heat sinks. *Heat Tran Eng* 36(10): 902-911.
- [5] Stenning A (1964), Instabilities in the flow of a boiling liquid. *J Basic Eng Trans ASME* 86.
- [6] Zhang T, Tong T, Chang JY, Peles Y, Prasher R (2009) Ledinegg instability in microchannels. *Int J Heat Mass Tran* 52(25-26): 5661-5674.
- [7] Bergles AE, Lienhard VJH, Kendall GE, Griffith P (2003) Boiling and evaporation in small diameter channels. *Heat Tran Eng* 24(1): 18-40.
- [8] Koşar A, Kuo CJ, Peles Y (2006) Suppression of boiling flow oscillations in parallel microchannels by inlet restrictors. *J Heat Tran.* 128(3): 251-260.
- [9] Balasubramanian P, Kandlikar SG (2005) Experimental study of flow patterns, pressure drop, and flow instabilities in parallel rectangular minichannels. *J Heat Tran Eng* 26(3): 20-27.
- [10] Kakac S, Bon B (2008) A review of two-phase flow dynamic instabilities in tube boiling systems. *Int J Heat Mass Tran* 51(3-4): 399-433.
- [11] Ruspini LC, Marcel CP, Clausse A (2014) Two-phase flow instabilities: A review. *Int J Heat Mass Trans* 71: 521-548.
- [12] Van Oevelen T, Weibel JA, Garimella SV (2017) Predicting two-phase flow distribution and stability in systems with many parallel heated channels. *Int J Heat Mass Trans* 107: 557-571.
- [13] Padki MM, Palmer K, Kakac S, Veziroğlu TN (1992) Bifurcation analysis of pressure-drop oscillations and the Ledinegg instability. *Int J Heat Mass Tran* 35(2): 525-532.
- [14] Yang K, Zhang A, Wang J (2018) On the Ledinegg instability in parallel channels: A new and exact criterion. *Int J Therm Sci* 129: 193-200.
- [15] Shin CW, No HC (2017) Experimental study for pressure drop and flow instability of two-phase flow in the PCHE-type steam generator for SMRs. *Nucl Eng Desig* 318:109-118.
- [16] Qi S, Zhou T, Li B, Shahzad MA, Zou Y, Huang YP (2017) Experimental study on Ledinegg flow instability of two-phase natural circulation in narrow rectangular channels at low pressure. *Prog Nucl Enrgy* 98: 321-328.
- [17] Lee J, Chae H, Chang SH (2013) Flow instability during subcooled boiling for a downward flow at low pressure in a vertical narrow rectangular channel. *Int J Heat Mass Tran* 67: 1170-1180.
- [18] Yu Z, Yuan H, Chen C, Yang Z, Tan S (2016) Two-phase flow instabilities of forced circulation at low pressure in a rectangular mini-channel. *Int J Heat Mass Tran* 98: 438-447.
- [19] Zhang T, Peles Y, Wen JT, Tong T, Chang JY, Prasher R, Jensen MK (2010) Analysis and active control of pressure-drop flow instabilities in boiling

- oscillations and the Ledinegg instability. *Int J Heat Mass Tran* 35(2): 525-532.
- [38] Ledinegg M (1938) Instability flow during natural forced circulation. *Warme* 61: 891-898.
- [39] Muir P (1999) Optimal discrete and continuous mono-implicit Runge–Kutta schemes for BVODEs. *Adv Comp Math* 10(2): 135-167.
- [40] Muir P, Adams M (2000) Mono-implicit Runge–Kutta–Nyström methods for boundary value ordinary differential equations. *Tech Rpt Saint Mary's University*.
- phase fluid stability in boiling process in a thermal channel. *Amirkabir J Mech Eng*.
- [35] Jin Q, Wen JT, Narayanan S (2019) Characteristics of pressure drop oscillation in a microchannel cooling system. *App Therm Eng* 160: 113849.
- [36] Muñoz-Cobo JL, Verdú G (1991) Application of Hopf bifurcation theory and variational methods to the study of limit cycles in boiling water reactors. *Ann Nucl Energy* 18(5): 269-302.
- [37] Padki MM, Palmer K, Kakac S, Veziroğlu TN (1992) Bifurcation analysis of pressure-drop