

تاثیر زاویه پس‌گرایی بر ناپایداری دینامیکی بال هواپیما بر مبنای معادلات کاملاً ذاتی و تحت اثر واماندگی استاتیکی

سید حسین مروج برزانی^{۱*}، حسین شاهوردی^۲ و محمدرضا آموزگار^۳

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

^۲ فارغ التحصیل دکتری، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

^۳ دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۰۸؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۲۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۹/۲۳

چکیده

هدف از تحقیق حاضر بررسی اثر زاویه پس‌گرایی بر ناپایداری دینامیکی بال هواپیما با استفاده از معادلات هندسه دقیق کاملاً ذاتی و با در نظر گرفتن آثار ناشی از واماندگی استاتیکی است. مقایسه روند تغییرات نوسانات با دامنه محدود در بال دارای زاویه پس‌گرایی با به کارگیری مدل آیرودینامیک آنرا و لحاظ نمودن واماندگی استاتیکی از دستاوردهای این مقاله است. معادلات کاملاً ذاتی فقط شامل نیروها، گشتاورها، سرعت‌های خطی و زاویه‌ای هستند و در این معادلات تغییر مکان‌ها و دوران‌ها به صورت صریح ظاهر نمی‌شوند. در این تحقیق، بارهای آیرودینامیکی وارد بر بال هواپیما توسط مدل آنرا در معادلات آیروالاستیک جایگزین شده‌اند. به منظور تعیین وضعیت ناپایداری سیستم آیروالاستیک، ابتدا معادلات غیرخطی حاکم توسط روش تفاضلات محدود گسسته شده و سپس مرز ناپایداری و تغییرات نوسانات با دامنه محدود پس از ناپایداری بررسی شده‌اند. دقت نتایج حاصل از طریق مقایسه با نتایج پیشینه تحقیقات مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه عامل تاثیرگذار زاویه پس‌گرایی مورد مطالعه قرار گرفته و در انتها مشخص گردید که معادلات کاملاً ذاتی، ناپایداری بال‌های دارای زاویه پس‌گرایی را با دقت خوبی شبیه‌سازی می‌کنند و انتخاب زاویه پس‌گرایی مناسب می‌تواند موجب تعویق پدیده نوسانات با دامنه محدود شود.

کلمات کلیدی: نوسانات با دامنه محدود؛ معادلات تیر هندسه دقیق کاملاً ذاتی؛ بال دارای زاویه پس‌گرایی؛ واماندگی استاتیکی.

Limit Cycle Oscillations in Swept Wings Based on Fully Intrinsic Equations and Considering the Static Stall Effects

S.H.M. Barzani^{1,*}, H. Shahverdi^{2,*}, M.R. Amoozgar³

¹ Ph.D. Student, Aerospace Eng., Amirkabir Univ., Tehran, Iran.

² Assoc. Prof., Mech. Aerospace Eng., Amirkabir Univ., Tehran, Iran.

³ Ph.D. Student, Aerospace Eng., Amirkabir Univ., Tehran, Iran.

Abstract

In this paper, the dynamic instability of swept wings by using the geometrically exact fully intrinsic beam equations and with considering the static stall effects is investigated. Study of variations of the limit cycle amplitudes by using the fully intrinsic beam equations and ONERA unsteady aerodynamic model with static stall effects in swept wings is the achievement of this article. The geometrically exact fully intrinsic beam equations involve only moments, forces, velocity and angular velocity, and in these equations, the displacements and rotations will not appear explicitly. In this study, the aerodynamic loads on the wing in an incompressible flow regime are determined by using the ONERA unsteady aerodynamic model. In order to check the instability behavior of the system, first the resulting non-linear partial differential equations are discretized by using the central finite difference method, and then time responses are obtained. The obtained results are compared with those available in the literature. Furthermore, the effects of sweep angle are studied. Finally, it is observed that by using the geometrically exact fully intrinsic beam equations, the instability of the swept wings can be determined accurately and selection of suitable sweep angle can postpone the occurrence of limit cycle oscillation.

Keywords: Limit Cycle Oscillations; Geometrically Exact Fully Intrinsic Beam Equations; Swept Wing; Static Stall.

۱- مقدمه

در تحلیل آیروالاستیک اجسام پرنده با توجه به فراهم آمدن منبع انرژی توسط سیال، افزایش دامنه ارتعاشات ناشی از برهم‌کنش سازه و سیال می‌تواند منجر به عواقب جبران‌ناپذیری همچون شکسته شدن سازه و ناکارآمدی پرنده شود؛ لذا بررسی رفتار آیروالاستیک یک پرنده و به طور ویژه نوسانات با دامنه محدود در طراحی و تحلیل سازه‌ای، امری مهم و ضروری است.

دقت در نتایج حاصل از یک تحلیل وابسته به دقت مدل‌های سازه‌ای و آیرودینامیکی مورد استفاده است. با توجه به استفاده از مدل تیر برای مدل‌سازی سازه بال، مدل‌های تیر مختلفی می‌توانند استفاده شوند. فرضیات مورد استفاده در مدل‌های تیر مختلف و متداولی همچون مدل تیر هاجز-داول [۱] و یا مدل تیر کرسپو [۲] اکثراً منجر به محدودیت، پیچیدگی و کاهش دقت حل می‌شوند. در این معادلات رابطه کرنش - تغییرمکان موجب غیرخطی شدن و حضور عبارات جابجایی و دوران در روابط می‌شود. از طرفی آثار غیرخطی در معادلات تیر هاجز-داول و معادلات کرسپو به ترتیب تا درجه دو و درجه سه در نظر گرفته می‌شوند که مورد اخیر را می‌توان دلیلی بر کاهش دقت در تحلیل حاصل از این معادلات دانست.

معادلات تیر هندسه دقیق کاملاً ذاتی از نوع معادلات نوینی هستند که جهت تحلیل تیرها می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. به دلیل اینکه معادلات هندسه دقیق کاملاً ذاتی شامل متغیرهای تغییر مکان و دوران نیستند و درجه غیرخطی آن‌ها کم است، دارای پیچیدگی کمتر و جامعیت بیشتری نسبت به سایر مدل‌های تیر مورد استفاده در تحلیل تیرها هستند.

طرح‌های اولیه بر معادلات ذاتی هندسه دقیق برای تیرها قبل از ۱۹۴۴ و توسط کیرشلف و کلبش ارائه شده‌اند [۳]. کشش، پیچش و خمش، در سال ۱۹۷۳ توسط ریسنر [۴] به تغییر شکل برش عرضی گسترش یافتند. هگمیر و نیر [۵] در سال ۱۹۷۷ روابط ابتدایی به دست آمده برای معادلات کاملاً ذاتی را از لحاظ دینامیکی گسترش دادند. سپس بررسی اعوجاج به وسیله معادلات کاملاً ذاتی ضروری

بود؛ لذا هاجز [۳] در سال ۱۹۸۹ فرمول‌بندی مخلوطی^۱ را برای این معادلات ارائه داد که یک نوع فرمول‌بندی دقیق و ذاتی برای تیرهای دارای پیچش و انحنای اولیه بود. همچنین هاجز، شانگ و سسنیک [۶] در سال ۱۹۹۶ به حل اجزای محدود معادلات کاملاً ذاتی برای تیرهای ساخته شده از مواد مرکب انحنادار پرداختند. کارهای انجام شده تا این زمان را می‌توان منحصر به گسترش روابط معادلات کاملاً ذاتی دانست. از سال ۲۰۰۰ تحقیقات گسترده‌ای در ترکیب معادلات کاملاً ذاتی با آیرودینامیک خطی و غیرخطی (تحلیل آیروالاستیک) آغاز شد.

در سال ۲۰۰۶ [۷] پتیل و هاجز دینامیک پرواز بال‌های پرنده انعطاف‌پذیر را با استفاده از معادلات کاملاً ذاتی مورد بررسی قرار دادند. در سال ۲۰۰۹ چانگ و هاجز [۸] ناپایداری و ارتعاشات آزاد تیرهای دارای انحنا را با استفاده از معادلات کاملاً ذاتی بررسی کردند. در همان سال ستوده و هاجز [۹] تریم^۲ و پایداری را در آیروالاستیک هواپیمای هیل^۳ با استفاده از معادلات مذکور مورد مطالعه قرار داده و همچنین آیروالاستیک بال‌های مفصلی را مورد تحلیل قرار دادند. در زمینه تحلیل‌های آیروالاستیک مفید انجام شده با معادلاتی متفاوت از معادلات ذاتی می‌توان به کار شمس [۱۰] و همکاران که به بررسی نوسانات با دامنه محدود بال با استفاده از معادلات تیر اوپلر و مدل آیرودینامیکی ناپایای و گنر پرداخته‌اند، اشاره کرد.

با توجه به لزوم وجود یک مدل آیرودینامیکی در کنار مدل سازه‌ای جهت انجام تحلیل آیروالاستیک، در میان مدل‌های آیرودینامیکی مورد استفاده در تحلیل‌ها، مدل آنرا یکی از مدل‌های کارآمد بوده و ترکیب آن با یک مدل سازه‌ای غیرخطی و آثار ناشی از واماندگی می‌تواند موجب تحلیلی جامع شود. در زمینه به کارگیری آیرودینامیک آنرا می‌توان کار دان و همکارانش [۱۱] را در نظر گرفت. دان و همکارانش در سال ۱۹۹۲ به بررسی فلاتر واماندگی و واگرایی در بال‌های کامپوزیتی پرداختند و مدلی آیروالاستیک ساده‌ای را با استفاده از درجه سختی از درجه

¹ Mixed

² Trim

³ HALE

تبدیل لاپلاس استفاده و به بررسی آثار ناشی از برش عرضی و اعوجاج و خطاهایی که بر اثر نادیده گرفتن آن‌ها ایجاد می‌شود، پرداخته شده است. لازم به ذکر است که در کلیه تحقیقات قبل مدل آیرودینامیک دو بعدی و غیر دایم تئودورسن^۴ استفاده شده است. در سال ۲۰۱۰ نیز مزیدی و فاضل‌زاده [۱۹] اثر زاویه پس‌گرایی را با نیروی موتور به طور هم‌زمان مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق مدل آیرودینامیک مورد استفاده مدل پیترز بوده و بخش سازه نیز با روش گالرکین^۵ مورد بررسی قرار گرفته است؛ همچنین مروج و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۶ به بررسی آثار ناشی از تغییر زاویه پس‌گرایی به طور هم‌زمان با تغییر سایر عوامل موثر بر سرعت فلاتر بال پرداختند. در این تحقیق از معادلات کاملاً ذاتی در بخش سازه و از مدل ناپایای پیترز در بخش آیرودینامیک استفاده شده است.

در تحقیق حاضر پس از اعتبارسنجی کد تدوین شده، مدل آیرودینامیکی آنرا به همراه لحاظ آثار ناشی از واماندگی استاتیکی در دامنه زمانی مورد تحلیل قرار می‌گیرد. در ادامه تغییرات زاویه پس‌گرایی بال و آثار ناشی از آن بر نوسانات با دامنه محدود مورد تحلیل قرار گرفته و مزایای ناشی از آن بیان می‌شوند. شایان ذکر است، در تاریخچه تحقیقاتی بررسی شده در رابطه با زاویه پس‌گرایی، تاکنون از معادلات هندسه دقیق کاملاً ذاتی با لحاظ نمودن آثار ناشی از واماندگی استاتیکی در محاسبه نیروهای آیرودینامیکی جهت بررسی پاسخ زمانی بعد از ناپایداری استفاده نشده است. به همین جهت در این تحقیق برای اولین بار از معادلات مذکور جهت تحلیل رفتار آیروالاستیک بال‌های دارای زاویه پس‌گرایی در دامنه زمانی همراه با اعمال آثار واماندگی استاتیکی استفاده می‌شود.

۲- معادلات حاکم

در تحقیق حاضر، مدل تیر هندسه دقیق همراه با مدل آیرودینامیکی ناپایای آنرا و با لحاظ آثار ناشی از واماندگی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

سه و مدل آیرودینامیکی آنرا ارائه کردند. پس از دان، تانگ و داوول [۱۲] در سال ۲۰۰۱ آثار ناشی از غیرخطی‌های هندسی همراه با آیرودینامیک واماندگی و زاویه حمله بر مرز ناپایداری فلاتر و نوسانات با دامنه محدود با وجود جسمی باریک^۱ بر لبه بال را مورد بررسی قرار دادند. لازم به ذکر است که این کار با حذف آثار ناشی از ترم‌های مرتبه بالا انجام شد؛ همچنین در این زمینه می‌توان به کارهای متعدد پتیل و هاجز [۱۳] اشاره کرد. این کارها بر تحلیل آیروالاستیک غیر خطی و بر مباحثی مانند ماده ناهمسان‌گرد، غیرخطی سازه‌ای و واماندگی دینامیکی متمرکز شده‌اند. برخی از این کارها به استفاده از فرمول‌بندی مخلوط از معادلات ذاتی همراه با مدل آیرودینامیکی پیترز^۲ بهبود یافته جهت مدل‌سازی واماندگی دینامیکی پرداخته‌اند [۱۴].

پارامترهای متعددی در تحلیل آیروالاستیک بال هواپیما اثر گذار هستند. تا قبل از ۱۹۵۰ کارهای مختصری در زمینه زاویه پس‌گرایی انجام شده و بیش‌تر به مباحث مقدماتی پرداخته شده است. در سال ۱۹۵۰ بارمی و همکارانش [۱۵] به بررسی زاویه پس‌گرایی و برخی عوامل تاثیرگذار بر سرعت فلاتر به صورت تئوری و تجربی پرداختند. در سال ۱۹۵۷ مولینکس و هال [۱۶] آثار آیرودینامیکی ناشی از تغییر نسبت منظری و زاویه پس‌گرایی را مورد مطالعه قرار دادند. این آثار بر بال‌هایی صلب با قابلیت انعطاف‌پذیری در ریشه و در حالت‌های بدون زاویه پس‌گرایی، دارای زاویه پس‌گرایی و باریک‌شوندگی بررسی شدند.

در سال ۱۹۵۸ لتاتی [۱۷] نیز به بررسی آثار ناشی از زاویه پس‌گرایی بر سرعت فلاتر بالی کامپوزیت پرداخت. در این کار نشان داده شد که سرعت فلاتر و واگرایی در تعامل با یکدیگرند و با تغییر سفتی خمشی و پیچشی می‌توان وقوع هر یک از این پدیده‌ها را به تعویق انداخت. در سال ۱۹۹۶ کارپوزیان و لیبرسکیو [۱۸] به بررسی سرعت فلاتر بالی با زاویه پس‌گرایی، برش عرضی و اعوجاج^۳ پرداختند. در این کار جهت استخراج مقادیر ویژه و تحلیل فلاتر از

^۱ Slender body

^۲ Peters

^۳ Warping

^۴ Theodorsen

^۵ Galerkin

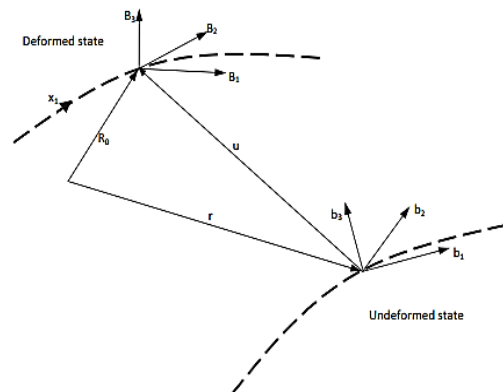
۲-۱- معادلات تیر هندسه دقیق کاملاً ذاتی

از مزایای مهم معادلات هندسه دقیق کاملاً ذاتی مدل‌سازی کامل و بدون فرض ساده‌کننده در لحاظ کردن آثار غیرخطی بزرگ، درجه غیرخطی کم‌تر و در نتیجه پیچیدگی کم‌تر است که آن‌ها را از سایر معادلات سازه‌ای متمایز می‌کند. در معادلات کاملاً ذاتی سینماتیک تیر به جای تغییر مکان و دوران توسط متغیرهای سرعت و سرعت زاویه‌ای توصیف می‌شود. لازم به ذکر است که روند استخراج معادلات کاملاً ذاتی در مرجع ۲۲ به طور کامل ارایه شده و در تحقیق حاضر به روابط نهایی اشاره شده است.

شکل ۱ تیری را در دو حالت بدون تغییر شکل و تغییر شکل یافته نشان می‌دهد. در این شکل $b(x_1)$ و $B(x_1, t)$ به ترتیب مربوط به دستگاه‌های مرجع تیر بدون تغییر شکل و تغییر شکل یافته هستند (که در آن مولفه محوری تیر و t نشان دهنده زمان است) که در سه جهت مولفه دارند. همچنین r و R به ترتیب نشان‌گر بردارهای موقعیت بر مبنای b و B هستند.

معادلات کاملاً ذاتی برای تیری غیر یکنواخت، دارای پیچش، دارای انحنا، ناهمسانگرد و در حالتی کلی به صورت روابط (۱) هستند [۲۲]:

$$\begin{aligned} F'_B + \tilde{K}_B F_B + f_B &= \dot{P}_B + \tilde{\Omega}_B P_B \\ M'_B + \tilde{K}_B M_B + (\tilde{e}_1 + \tilde{\gamma}) \Omega_B \\ + m_B &= \dot{H}_B + \tilde{\Omega}_B H_B + \tilde{V}_B P_B \\ V'_B + \tilde{K}_B V_B + (\tilde{e}_1 + \tilde{\gamma}) \Omega_B &= \dot{\gamma} \\ \Omega'_B + \tilde{K}_B \Omega_B &= \dot{\kappa} \end{aligned} \quad (1)$$



شکل ۱- تیر در دو حالت بدون تغییر شکل و تغییر شکل یافته [۲۱]

که در آن O' نشانگر مشتق جزئی نسبت به x_1 (محور مرجع تیر بدون تغییر شکل)، (\cdot) نشانگر مشتق جزئی نسبت به t ، F_B و M_B نیروهای اینرسی، P_B و H_B اندازه حرکت خطی و زاویه‌ای، V_B و Ω_B سرعت خطی و زاویه‌ای، γ و κ کرنش در اثر نیرو و گشتاور، $K_B = k_b + \kappa$ بردار انحنا و k_b پیچش و خمیدگی اولیه تیر است. f_B و m_B شامل کلیه نیروها و گشتاورهای خارجی هم‌چون گرانش، نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی و کنترلی می‌شوند که در تحقیق حاضر تنها نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی مد نظر قرار گرفته شده‌اند.

معادلات حاکم و روابط سرعت - اندازه حرکت به منظور ایجاد ارتباط بین متغیرهای H_B ، P_B ، γ و κ با متغیرهای اولیه نیاز هستند. معادلات حاکم به صورت زیر معرفی می‌شوند [۲۲]:

$$\begin{Bmatrix} \gamma \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ S^T \\ T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_B \\ M_B \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\alpha = -\frac{V_{a_3}}{u} \quad (7)$$

که در آن R ، S و T مربوط به انعطاف‌پذیری سطح مقطع هستند. رابطه سرعت - اندازه حرکت نیز به صورت زیر است [۲۲]:

$$\begin{Bmatrix} P_B \\ H_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \Delta \\ \mu \xi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_B \\ \Omega_B \end{Bmatrix} \quad (3)$$

که در آن μ جرم بر واحد طول، Δ ماتریس همانی، ξ فاصله مرکز جرم از دستگاه مختصات و I ماتریس اینرسی بر واحد طول است. عملگر تبدیل (\sim) موجود در معادلات (۱)، که اگر برای نمونه بر بردار $\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3]^T$ عمل کند، این ماتریس را به شکل ماتریس پاد متقارن^۲ (۴) تغییر می‌دهد [۲۲]:

$$\tilde{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_3 & \zeta_2 \\ \zeta_3 & 0 & -\zeta_1 \\ -\zeta_2 & \zeta_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۲-۲- معادلات آیرودینامیکی

معادلات آیرودینامیک آنرا مورد استفاده در تحقیق حاضر دو بعدی و ناپایا بوده و فرض جریان تراکم‌ناپذیر بر آن‌ها حاکم است. جهت استفاده از معادلات آیرودینامیکی همراه با

¹ Tilde

² Skew-Symmetric

در روابط آیرودینامیکی ارایه شده $b = \frac{c}{2}$ ، u سرعت کلی جریان، (*) مشتق از () نسبت به زمان بی بعد $\tau = \frac{ut}{b}$ هستند و z بار آیرودینامیکی کلی را نشان می دهد که می تواند برآ یا گشتاور باشد. ضرایب s_z ، a_{0z} ، λ_z و k_{vz} نیز مطابق با ضرایب ارایه شده در مرجع [۲۳] هستند.

C_a^n چرخش بین دستگاه مربوط به سازه و دستگاه آیرودینامیکی را برای هر جزء مشخص می کند. این چرخش را می توان با استفاده از زوایای اوپلر^۱ به صورت رابطه (۹) ایجاد کرد [۲۴]:

$$C_a = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & \sin(\lambda) & 0 \\ -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن $\lambda < 0$ نشان گر زاویه پس گرایی است. لازم به ذکر است که این ماتریس برای بالای بدون زاویه پس گرایی برابر ماتریس واحد است.

۲-۳- واماندگی استاتیکی

تغییرات ناشی از واماندگی، تغییر نیروهای آیرودینامیکی است. این تغییر در واماندگی استاتیکی با کاهش این نیروها همراه خواهد بود؛ بنابراین جهت اعمال آثار ناشی از واماندگی استاتیکی می توان به شکل روابط (۱۰) عمل کرد [۲۵]:

$$L_T = L + \rho u \Gamma \quad (10)$$

$$\Gamma = -bu \Delta c_n$$

که در آن Γ تصحیحات چرخش ناشی از واماندگی متناظر با نیروها و Δc_n انحراف منحنی غیرخطی از تقریب خطی هستند و با استفاده از منحنی ضریب برآ بر حسب زاویه حمله مشخص می شوند.

در تحقیق حاضر جهت مدل سازی واماندگی استاتیکی از منحنی برای نمایش داده شده در شکل ۳ استفاده می شود که تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله به صورت سه بخش خطی ارایه شده در روابط (۱۱) در نظر گرفته شده است.

$$Cl_{p_1} = 2 * \pi * \alpha \quad 0 < \alpha < 0.17$$

$$Cl_{p_2} = 1.07 + 0.4 * (\alpha - 0.17) \quad 0.17 < \alpha < 0.26$$

$$Cl_{p_3} = 1.106 - 2.11(\alpha - 0.26) \quad 0.26 < \alpha < 0.79$$

$$(11)$$

¹ Euler Angles

معادلات کاملاً ذاتی، تغییر شکل این معادلات به شکل ذاتی ضروری است. جهت تغییر شکل معادلات به شکل معادلات ذاتی از روابط (۵) استفاده می شود [۲۲]:

$$\bar{V}_a^n = C_a^{nT} \bar{V}^n - \bar{y}_{mc}^n C_a^{nT} \bar{\Omega}^n$$

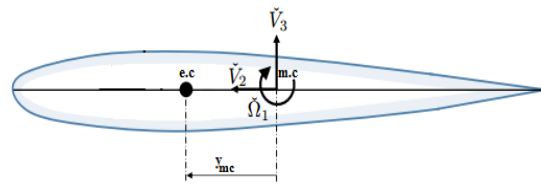
$$\bar{\Omega}_a^n = C_a^{nT} \bar{\Omega}^n \quad (5)$$

که در آن \bar{y}_{mc}^n مطابق شکل ۲ برداری از محور تیر مرجع به میانه وتر است و می تواند بر حسب محل قرارگیری مرکز آیرودینامیکی نوشته شود [۲۲]:

$$y_{mc}^n = [0 \quad \bar{y}_{ac}^n - \frac{b^n}{2} \quad 0] \quad (6)$$

در رابطه (۶)، \bar{y}_{ac}^n فاصله مرکز آیرودینامیکی تا دستگاه مرجع است.

زاویه α نیز بر اساس بردار سرعت $V_a = [V_{a_1} \quad V_{a_2} \quad V_{a_3}]$ به صورت رابطه (۷) نوشته می شود:



شکل ۲- مدل آیرودینامیکی

پس از اعمال تغییرات فوق، معادلات آیرودینامیکی دو بعدی آنرا در شکل معادلات ذاتی مطابق با روابط (۸) بیان می شوند:

$$C_{l_1} = s_l \alpha^* + k_{v_l} \theta^{**} + C_{l_\gamma}$$

$$= s_l \left(-\frac{V_{a_3}^*}{u} \right) + k_{v_l} \Omega_1^* + C_{l_\gamma}$$

$$C_{m_1} = s_m \left(-\frac{V_{a_3}^*}{u} \right) + k_{v_m} \Omega_1^* + C_{m_\gamma}$$

$$C_{z_\gamma}^* + \lambda_z C_{z_\gamma} - \lambda_z [a_{0_z} \alpha + \sigma_z \theta]$$

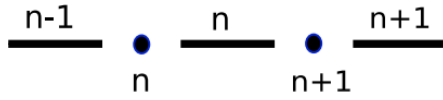
$$- \alpha_z [a_{0_z} \alpha^* + \sigma_z \theta^{**}] = 0$$

$$C_{z_\gamma}^* + \lambda_z C_{z_\gamma} - \lambda_z \left[a_{0_z} \left(-\frac{V_{a_3}^*}{u} \right) + \sigma_z \Omega \right]$$

$$- \alpha_z \left[a_{0_z} \left(-\frac{V_{a_3}^*}{u} \right) + \sigma_z \Omega^* \right] = 0$$

$$L = \rho b [-s_l u V_{a_3} + k_{v_l} u^2 \Omega_1 + C_{l_\gamma} u V_{a_2}]$$

$$M = 2 \rho b^2 [-s_m u V_{a_3} + k_{v_m} u^2 \Omega_1 + C_{m_\gamma} u^2] \quad (8)$$



شکل ۱- نمونه‌ای از گسسته‌سازی تیر [۲۶]

معادلات مربوط به جزء n نیز به شکل روابط (۱۳) هستند [۲۲]:

$$\frac{\hat{F}_l^{n+1} - \hat{F}_r^n}{dl} + (\bar{k}^n + \tilde{k}^n)\bar{F}^n - \dot{P}^n - \bar{\Omega}^n\bar{P}^n = 0$$

$$\frac{\hat{M}_l^{n+1} - \hat{M}_r^n}{dl} + (\bar{k}^n + \tilde{k}^n)\bar{M}^n + (\bar{e}_1 + \tilde{v}^n)\bar{F}^n - \dot{H}^n - \bar{\Omega}^n\bar{H}^n - \tilde{V}^n\bar{P}^n = 0$$

$$\frac{\hat{V}_l^{n+1} - \hat{V}_r^n}{dl} + (\bar{k}^n + \tilde{k}^n)\bar{V}^n + (\bar{e}_1 + \tilde{v}^n)\bar{\Omega}^n - \dot{Y}^n = 0$$

$$\frac{\hat{\Omega}_l^{n+1} - \hat{\Omega}_r^n}{dl} + (\bar{k}^n + \tilde{k}^n)\bar{\Omega}^n - \dot{K}^n = 0 \quad (13)$$

متغیرهای جزء \bar{X}^n با متغیرهای گرهی \hat{X}^n به صورت روابط (۱۴) مرتبط هستند [۲۲]:

$$\bar{F}^n = \frac{\hat{F}_l^{n+1} + \hat{F}_r^n}{dl}$$

$$\bar{M}^n = \frac{\hat{M}_l^{n+1} + \hat{M}_r^n}{dl}$$

$$\bar{V}^n = \frac{\hat{V}_l^{n+1} + \hat{V}_r^n}{dl}$$

$$\bar{\Omega}^n = \frac{\hat{\Omega}_l^{n+1} + \hat{\Omega}_r^n}{dl} \quad (14)$$

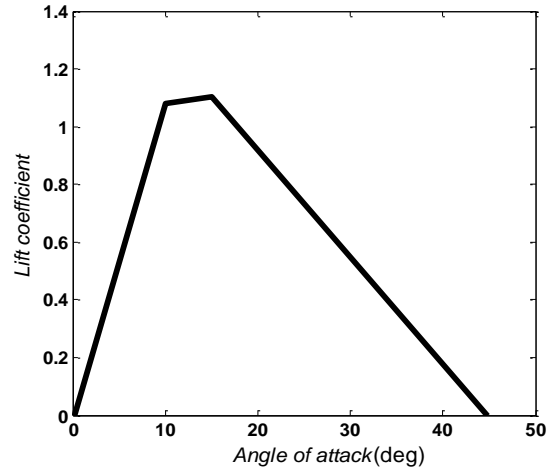
لازم به ذکر است که در دامنه زمانی نیز گسسته‌سازی بر مبنای تفاضل محدود مرکزی و مقادیر ابتدا و انتهای هر بازه زمانی به صورت رابطه (۱۵) انجام می‌شود.

$$\dot{X} = \frac{X^{t+dt} - X^t}{dt} \quad (15)$$

۴- نتایج

۴-۱- اعتبارسنجی

جهت اعتبارسنجی کد، سرعت و فرکانس فلاتر بالای با مشخصات ارایه شده در جدول ۱ و در ارتفاع پروازی ۲۰ km مورد بررسی قرار می‌گیرند. شایان ذکر است که در مرجع ۱۴ از معادلات تیر هندسه دقیق مخلوط استفاده شده است که یک نوع فرمول‌بندی دقیق و ذاتی برای تیرهای دارای پیچش و انحنای اولیه است.



شکل ۳- ضریب برآ بر حسب زاویه حمله [۲۵]

که در آن Cl_{p_1} ، Cl_{p_2} و Cl_{p_3} به ترتیب نمایان‌گر رابطه ضریب برآ برای نواحی اول، دوم و سوم بر حسب زاویه حمله هستند.

۳- روند گسسته‌سازی و حل معادلات

جهت حل معادلات آیروالاستیک حاصل دو روش مورد استفاده قرار می‌گیرد. در صورت استفاده از تحلیل مقدار ویژه جهت استخراج مرز ناپایداری سیستم، در مرحله اول پاسخ حالت پایا (تعادل استاتیکی) با حذف نمودن تمام عبارت‌های دارای مشتقات زمانی و یا وابسته به زمان به دست می‌آید و در مرحله دوم معادلات حول این حالت پایا خطی سازی شده و این معادلات خطی شده به عنوان یک مساله مقدار ویژه تعمیم یافته حل خواهند شد. در صورت حل معادلات در دامنه زمانی، معادلات در دو حوزه زمانی و مکانی گسسته می‌شوند. شکل ۴ نمونه‌ای از گسسته‌سازی تیر به صورت تفاضل محدود مرکزی و چگونگی قرارگیری اجزا و شماره‌گذاری آن‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه پیوستگی نیروها و گشتاورهای داخلی و خارجی در تمام گره‌ها باید برقرار باشند، شکل گسسته معادلات کاملاً ذاتی در گره n به صورت (۱۲) است [۲۶]:

$$\hat{F}_r^n - \hat{F}_{l_r}^{nT} \hat{F}_l^n - \dot{P}_r^n - \bar{\Omega}_r^n \hat{P}_r^n = 0$$

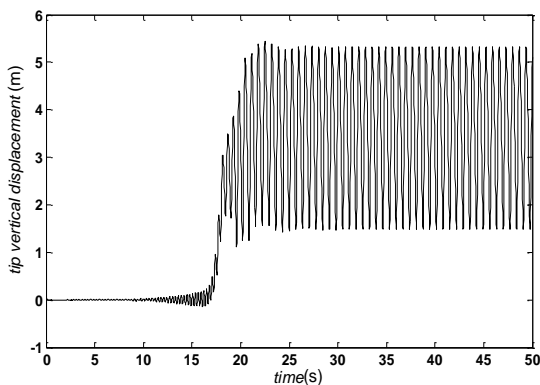
$$\hat{M}_r^n - \hat{C}_{l_r}^{nT} \hat{M}_l^n - \dot{H}_r^n - \bar{\Omega}_r^n \hat{H}_r^n - \tilde{V}_r^n \hat{P}_r^n = 0 \quad (12)$$

که در آن \hat{X}^n نشان‌گر متغیرهای گرهی و $\hat{C}_{l_r}^n$ نیز مربوط به ناپیوستگی در گره n است.

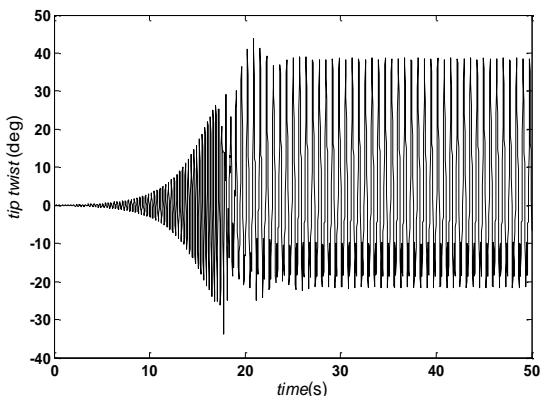
جریان در کلیه بخش‌ها بر مدل آیرودینامیکی ناپایا و دو بعدی اثرای تبدیل شده به شکل ذاتی، حاکم است.

۴-۲-۱- بدون اعمال واماندگی استاتیکی

پس از اعمال اغتشاشی کوچک از مرتبه ۰/۰۱ متر و در جهت تغییر مکان عمودی در سرعت ۳۵ متر بر ثانیه (کمی بالاتر از سرعت فلاتر)، شکل‌های ۴ و ۵ چگونگی تغییر دامنه نوسانات بال با زمان را نمایش می‌دهند. پس از طی نوسانات اولیه و پس از تحریک مود فلاتر، دامنه نوسانات به طور ناگهانی افزایش می‌یابد و پس از آن با روند یکسانی ادامه پیدا می‌کند که می‌توان رفتاری تناوبی و پایدار را برای آن پیش‌بینی کرد. لازم به ذکر است که شکل‌ها بدون در نظر گرفتن آثار ناشی از واماندگی استاتیکی رسم شده‌اند.



شکل ۴- پاسخ زمانی نمایش‌دهنده نوسانات با دامنه محدود (خمش، سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)



شکل ۵- پاسخ زمانی نمایش‌دهنده نوسانات با دامنه محدود (پیچش، سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)

جدول ۱- مشخصات بال مورد تحلیل [۱۴]

پارامتر	اندازه
وتر (m)	۱
دهانه نیمه بال (m)	۱۶
جرم بر واحد طول (Kg/m)	۰/۷۵
گشتاور اینرسی بر واحد طول (Kg/m)	۰/۱
محور الاستیک	۵۰٪ وتر (از لبه حمله)
مرکز جرم	۵۰٪ وتر (از لبه حمله)
سفتی خمشی (Nm ^۲)	۲×۱۰ ^۴
سفتی پیچشی (Nm ^۲)	۱۰ ^۴
سفتی خمشی (در جهت لبه (Nm ^۲))	۴×۱۰ ^۶

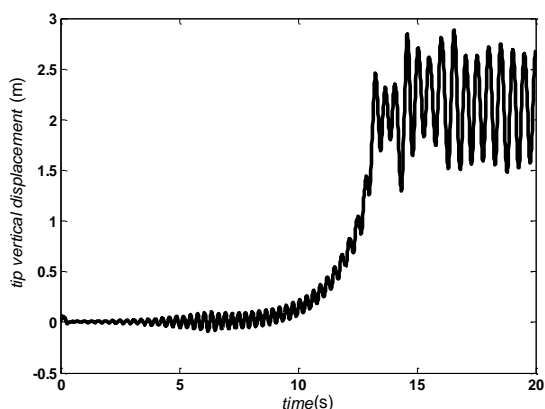
جدول ۲- مقایسه مقادیر فلاتر برای بال مورد تحلیل

تحلیل [۱۴]	تحلیل با آیرودینامیک اثرا	درصد اختلاف
سرعت فلاتر (m/sec)	۳۲/۲۱	۳/۷
فرکانس فلاتر (rad/sec)	۲۲/۶۱	۱/۴

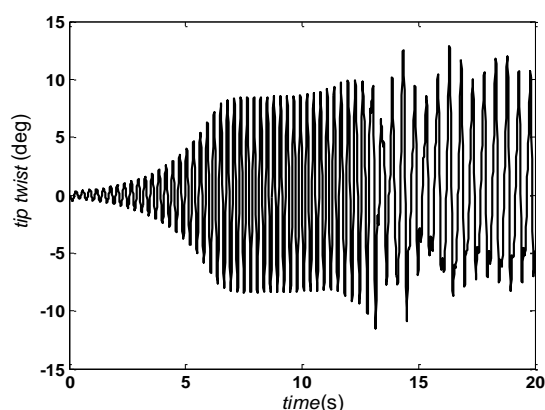
با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۲ می‌توان پی برد که کد تهیه شده از دقت لازم برخوردار است؛ همچنین در ادامه و در بخش ۴-۲-۲، روند نوسانات خمشی با سایر مراجع مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۴-۲-۲- نوسانات با دامنه محدود

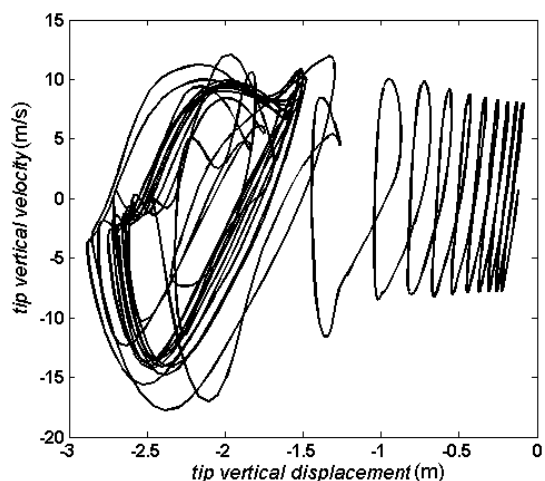
پس از گسسته‌سازی معادلات حاکم توسط روش تفاضل محدود در دامنه‌های زمانی و مکانی، به حل معادلات پرداخته و نحوه تغییرات دامنه نوسانات نوک بال بر حسب زمان رسم می‌شوند. لازم به ذکر است که کلیه نمودارها برای بال با مشخصات ارائه شده در جدول ۱، سرعت ۳۵ متر بر ثانیه و با اغتشاش اولیه‌ای از مرتبه ۰/۰۱ متر در جهت تغییر مکان عمودی رسم شده‌اند؛ همچنین فرض تراکم‌ناپذیر بودن



شکل ۸- پاسخ زمانی با اعمال واماندگی استاتیکی (خمش، سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)



شکل ۹- پاسخ زمانی با اعمال واماندگی استاتیکی (پیچش، سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)

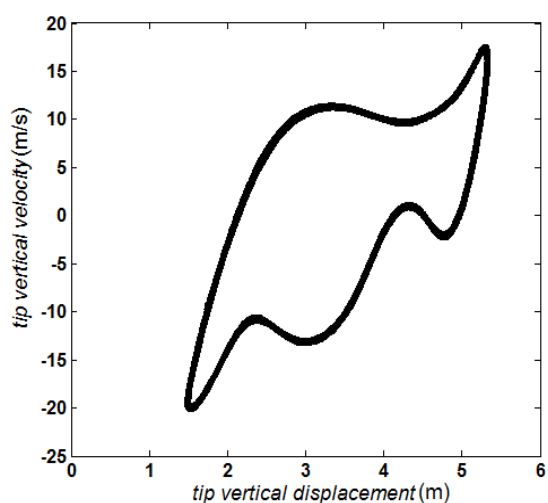


شکل ۱۰- نمودار فازی تغییر مکان نوک بال با اعمال واماندگی استاتیکی (سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)

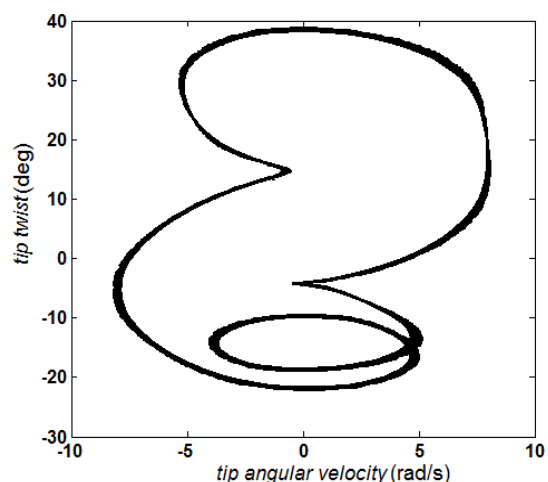
شکل‌های ۶ و ۷ نمودارهای فازی مربوط به حالتی را نشان می‌دهند که آثار ناشی از واماندگی استاتیکی لحاظ نشده باشند. همان‌گونه که از شکل مشخص است، متناوب بودن نوسانات نتیجه گرفته می‌شود. از طرفی می‌توان رفتاری پایدار را برای سیستم پیش‌بینی کرد و مشاهده کرد که با گذشت زمان نقاط تعادلی سیستم جابجا می‌شوند.

۴-۲-۲-۲-۴ اعمال واماندگی استاتیکی

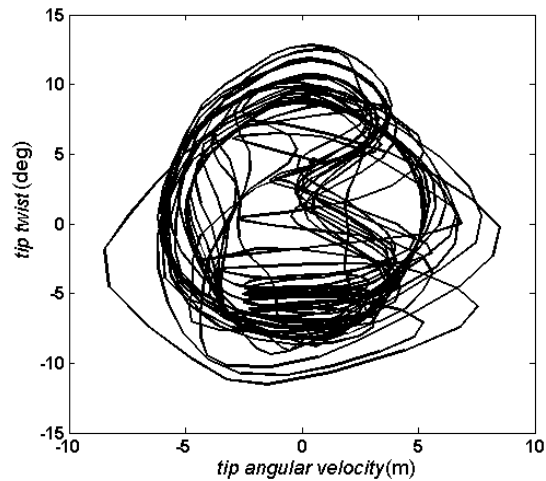
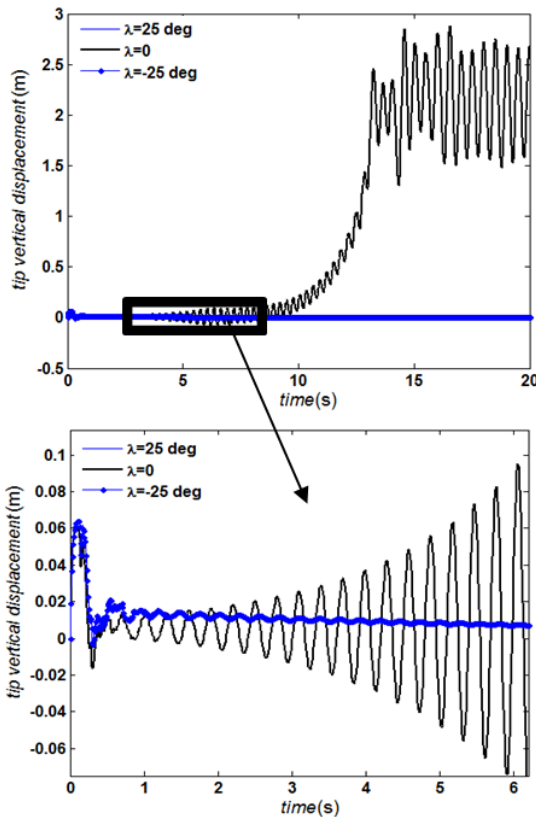
شکل‌های ۸ و ۹ به ترتیب نمایش دهنده روند تغییرات



شکل ۶- نمودار فازی تغییر مکان نوک بال (سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)



شکل ۷- نمودار فازی پیچش نوک بال (سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)



شکل ۱۱- نمودار فازی پیچش نوک بال با اعمال واماندگی استاتیکی (سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)

شکل ۱۲- پاسخ زمانی همراه با تغییر زاویه پس‌گرایی (خمش، سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)

نوسانات خمشی و پیچشی پس از اعمال اغتشاشی کوچک (تغییر مکان عمودی از مرتبه ۰/۰۱ متر) در سرعتی بالاتر از سرعت فلاتر (۳۵ متر بر ثانیه) با اعمال واماندگی استاتیکی هستند. همانند قبل، شکل‌ها نشان می‌دهند که پس از طی نوسانات اولیه و پس از تحریک مود فلاتر، دامنه نوسانات به طور ناگهانی افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه شکل‌ها بیانگر رفتاری متغیر برای سیستم هستند و با زمان تغییرات یکسانی ندارند، می‌توان رفتاری آشوبناک را برای سیستم مطابق با نمودارهای فازی پیش‌بینی کرد.

۴-۲-۳- زاویه پس‌گرایی

پس از اعتبارسنجی و تحلیل نتایج مربوط به مقدار ویژه و حل در دامنه زمانی، در این بخش به بررسی آثار زاویه پس‌گرایی پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که برای مدل‌سازی بخش آیرودینامیک از مدل آنرا استفاده شده است و مانند بخش‌های قبل، نمودارها برای بال با مشخصات ارایه شده در جدول ۱، سرعت ۳۵ متر بر ثانیه، با اغتشاش اولیه‌ای از مرتبه ۰/۰۱ متر در جهت تغییر مکان عمودی و با لحاظ آثار واماندگی استاتیکی رسم شده‌اند.

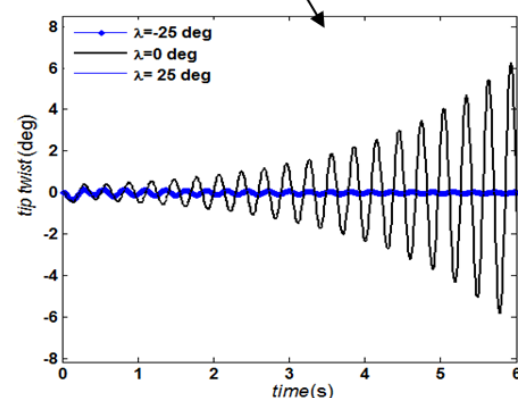
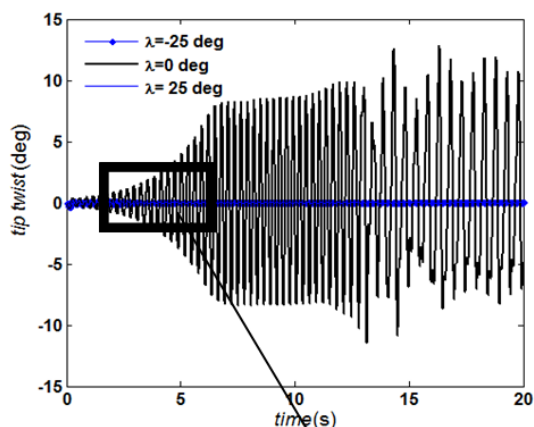
شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نمایش‌دهنده تغییرات نوسانات خمشی و پیچشی برای زاویه پس‌گرایی ۲۵ درجه و مقایسه آن با نتایج بدون زاویه پس‌گرایی هستند. همان‌طور که این شکل‌ها نشان می‌دهند، ایجاد زاویه پس‌گرایی مناسب می‌تواند

با گذشت زمان باعث کاهش دامنه نوسانات و تعویق در وقوع پدیده نوسانات با دامنه محدود شود. لازم به ذکر است که مقادیر سرعت فلاتر خطی در زاویه پس‌گرایی ۲۵- درجه برابر با ۳۵/۱ متر بر ثانیه و در زاویه پس‌گرایی ۲۵ درجه برابر با ۳۴/۹ متر بر ثانیه است که در مقایسه با نتایج ارایه شده در جدول ۲، افزایش سرعت فلاتر به دلیل وجود زاویه پس‌گرایی مشخص است.

۵- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر برای مدل‌سازی سازه بال از معادلات هندسه دقیق کاملاً ذاتی و برای مدل‌سازی آیرودینامیک از مدل آیرودینامیک ناپایای آنرا استفاده شده است. پس از تبدیل معادلات آیرودینامیکی حاکم به شکل ذاتی جهت ترکیب با معادلات سازه‌ای، معادلات غیرخطی حاکم به کمک روش تفاضلات محدود مرکزی گسسته و در حوزه زمانی همراه با

- [2] Arafat HN (1999) Nonlinear response of cantilever beams. Doctoral Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [3] Hodges DH (2003) Geometrically exact intrinsic theory for dynamics of curved and twisted anisotropic beams. *AIAA J* 41(6): 1131-1137.
- [4] Reissner E (1973) On one-dimensional large-displacement finite-strain beam theory. *Stud Appl Math* 52(2): 87-95.
- [5] Hegemier GA, Nair S (1977) A nonlinear dynamical theory for heterogeneous anisotropic elastic rods. *AIAA J* 15(1): 8-15.
- [6] Hodges DH, Shang X, Cesnik CE (1996) Finite element solution of nonlinear intrinsic equations for curved composite beams. *J Am Helicopter Soc* 41(4): 313-321.
- [7] Patil MJ, Hodges DH (2006) Flight dynamics of highly flexible flying wings. *J Aircraft* 43(6): 1790-1799.
- [8] Chang CS, Hodges D (2009) Vibration characteristics of curved beams. *J Mech Mater Struct* 4(4): 675-692.
- [9] Sotoudeh Z, Hodges DH (2009) Nonlinear aeroelastic analysis of joined-wing aircraft with intrinsic equations. In 50th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Palm Springs, CA, AIAA Paper.
- [10] Shams S, Lahidjani MS, Haddadpour H (2008) Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function. *Thin Wall Struct*, 46(11): 1192-1203.
- [11] Dunn P, Dugundji J (1992) Nonlinear stall and divergence analysis of cantilevered graphite/epoxy wing. *AIAA J* 30(1): 153-162.
- [12] Tang D, Dowell EH (2001) Experimental and theoretical study on aeroelastic response of high-aspect-ratio wings. *AIAA J* 39(8): 1430-1441.
- [13] Jian Z, Jinwu X (2009) Nonlinear aeroelastic response of high-aspect-ratio flexible wings. *Chinese J Aeronaut* 22(4): 355-363.
- [14] Patil MJ (1999) Nonlinear aeroelastic analysis flight dynamics and control of a complete aircraft. Georgia Institute of Technology.
- [15] Barmby JG, Cunningham HJ, Garrick IE (1950) Study of effects of sweep on the flutter of cantilever wings. (No. Naca-TR-1014).
- [16] Molyneux WG, Hall H (1957) The aerodynamics effects of aspect ratio and sweepback on wing flutter. (A.R.C-TR).
- [17] Lottati I (1985) Flutter and divergence aeroelastic characteristics for composite forward swept cantilevered wing. *J Aircraft* 22(11): 1001-1007.



شکل ۱۳- پاسخ زمانی همراه با تغییر زاویه پس‌گرایی (پیچش، سرعت ۳۵ متر برثانیه، اغتشاش ۰/۰۱ متر)

اعمال آثار واماندگی مورد حل قرار گرفتند. سپس کد تدوین شده مورد اعتبارسنجی قرار گرفته و چگونگی و روند تغییرات نوسانات با دامنه محدود مورد بررسی قرار گرفتند. خلاصه‌ای از نتایج به صورت زیر هستند:

- ۱- اعمال آثار واماندگی می‌تواند موجب آشوبناکی سیستم شود.
- ۲- انتخاب زاویه پس‌گرایی مناسب می‌تواند موجب تعویق پدیده نوسانات با دامنه محدود بال شود.
- ۳- استفاده از معادلات هندسه دقیق کاملاً ذاتی می‌تواند در بهبود مدل‌سازی و دقت نتایج موثر باشد.

۶- مراجع

- [1] Hodges DH, Dowell EH (1974) Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted nonuniform rotor blades. (No. Naca-A-5711).

- [22] Hodges DH (1990) A mixed variational formulation based on exact intrinsic equations for dynamics of moving beams. *Int J Solids Struct* 26(11): 1253-1273.
- [23] Beedy J, Barakos G (2002) Non-linear analysis of stall flutter based on the ONERA Aerodynamic model. *Aerospace Engineering Report* 0205b.
- [24] O'Reilly OM (2008) *Intermediate dynamics for engineers: a unified treatment of newton-euler and lagrangian mechanics*. Cambridge University Press.
- [25] Patil MJ, Hodges DH, Cesnik CE (2001) Limit-cycle oscillations in high-aspect-ratio wings. *J Fluid Struct* 15(1): 107-132.
- [26] Chang CS (2006) *Vibration and aeroelastic analysis of highly flexible HALE aircraft*. Doctoral Dissertation, Georgia Institute of Technology.
- [18] Karpouzian G, Librescu L (1996) Nonclassical effects on divergence and flutter of anisotropic swept aircraft wings. *AIAA J* 34(4): 786-794.
- [19] Mazidi A, Fazelzadeh SA (2010) Flutter of a swept aircraft wing with a powered engine. *J Aerospace Eng* 23(4): 243-250.
- [۲۰] مروج ح، آموزگار م، شاهوردی ح (۱۳۹۶) تحلیل ناپایداری فلاتر بال‌های دارای زاویه پس‌گرایی با استفاده از معادلات کاملاً ذاتی. *نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر* ۴۹(۴): ۷۸۵-۷۹۴.
- [21] Amoozgar MR, Shahverdi H (2016) Analysis of nonlinear fully intrinsic equations of geometrically exact beams using generalized differential quadrature method. *ACTA Mech* 227(5): 1265-1277.