



بررسی عددی اثر مولدگردابه دوپره پاد چرخشی در حالت غیر فعال روی ایرفویل ناکا 2412

حسن ابوالقاسمی گل‌افشانی^۱ و احسان روحی^{۲*}

^۱ کارشناس ارشد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

^۲ استاد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۱۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۱۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۲۵

چکیده

هدف پژوهش حاضر، بهبود عملکرد آیرودینامیکی ایرفویل NACA 2412 است. بدین منظور از مولدگردابه پره‌های پاد چرخشی در حالت غیر فعال جهت تبدیل جریان آرام به آشفته استفاده شده است. این بررسی در سه مکان مختلف بر روی ایرفویل، ۲۰٪، ۳۰٪ و ۴۰٪ طول وتر و در پنج ارتفاع مختلف، ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱ برابر ضخامت لایه مرزی انجام شده است. در ابتدا با استفاده از شبیه‌سازی عددی روی ایرفویل بدون مولدگردابه با مدل آشفتگی DES، نیروهای برآ و پسا و مشخصات جریان مانند مکان نقطه جدایش و ضخامت لایه مرزی محاسبه شده است. شبیه‌سازی مولدگردابه بر روی ایرفویل با مدل آشفتگی SDES انجام شده است. نتایج بدست آمده نشان دهنده کاهش جدایش جریان بر روی ایرفویل است. در حالتی که مولدگردابه در ۲۰٪ طول وتر قرار می‌گیرد، زاویه واماندگی از ۱۵ به ۱۷ درجه رسیده و هنگامی که ارتفاع مولدگردابه برابر با ضخامت لایه مرزی باشد، نسبت برآ به پسا ۲۳۳/۰۳٪ افزایش یافته است؛ اما در همین حالت، مولدگردابه سبب کاهش ۳۷/۱۸٪ در نسبت برآ به پسا برای زاویه حمله صفر درجه می‌شود؛ لذا در زوایای حمله پایین مولدگردابه تاثیر عکس دارد؛ اما در زوایای حمله بالا اگر مولدگردابه قبل از نقطه جدایش روی ایرفویل قرار گیرد، تاثیر به‌سزایی دارد.

کلمات کلیدی: مولدگردابه؛ برآ؛ پسا؛ نقطه جدایش؛ لایه مرزی.

Numerical Study of the Effect of Passive Counter Rotating Vanes Vortex Generator on NACA 2412 Airfoil

H. Abolghasemi Golafshani¹, E. Roohi^{2,*}

¹ M.S., Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Iran.

² Professor, Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Iran.

Abstract

The present study aim is to improve the performance of NACA2412 airfoil. For this purpose, the vortex generator is a type of counter rotating vanes in the passive mode used to convert the laminar flow to turbulent. This study was performed in three different locations on 20%, 30% and 40% airfoil length and at five different heights, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 and 1 times the thickness of the boundary layer. First by using numerical simulation on airfoil Without vortex generator with DES turbulence model, the Lift and Drag forces and flow characteristics such as the location of the separation point and the thickness of the boundary layer were calculated. The vortex generator is simulated on the airfoil with the SDES turbulence model. The results obtained from numerical simulations show a decrease in Flow separation on the airfoil. Also, in the case where the vortex generator is located at 20% of the chord length, the stall angle has been increased from 15 to 17 degree. If the height of the vortex generator is equal to the thickness of the boundary layer, the lift to drag ratio increased by 233.03%. But in the same case, the generator causes a 37.18% reduction in the lift to drag ratio for the zero degree attack angle. At low angles of attack, the vortex generator has an adverse effect, but at high angles of attack, if the vortex generator is placed before the separation point on the airfoil, it has a significant effect.

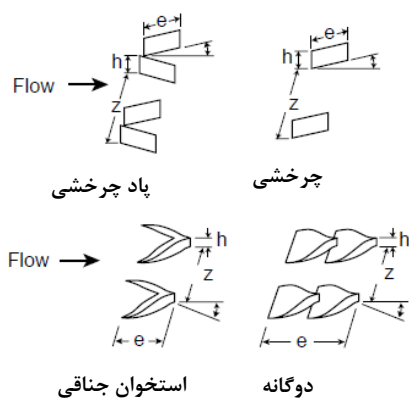
Keywords: Vortex Generator; Lift; Drag; Separation Point; Boundary Layer.

۱- مقدمه

در اوایل دهه ۱۹۷۰، کوتاه مولدهای گردابه نامتعارفی را با ارتفاع ۰/۲۷ تا ۰/۴۲ ضخامت لایه مرزی جهت کاهش آشفتگی‌های صوتی استفاده کرد [۵]. وی مشاهده کرد که استفاده از این نوع مولدهای گردابه با ارتفاع کم باعث کاهش جدایش جریان می‌شود [۵]. در سال ۱۹۸۸ راتو و کاریا در یک پژوهش نشان دادند که مولدهای گردابه قرار گرفته در لایه مرزی با ارتفاع کمتر از ۰/۶۲۵ ضخامت لایه مرزی، به دلیل کوچک بودن و نداشتن پسای ذاتی، می‌توانند نسبت به سایر مولدهای گردابه موثرتر باشند [۶].

لین و همکاران در خلال سال‌های ۱۹۹۰، ۱۹۹۱ و ۱۹۹۹ انواع مختلف از این نوع مولدگردابه را مورد بررسی و نام آنها را مولدگردابه زیرلایه مرزی^۱ قرار دادند. آنها نشان دادند که مولدهای گردابه زیرلایه مرزی عملکرد بهتری نسبت به مولدهای گردابه با ابعاد بزرگتر از لایه مرزی دارند [۷-۱۰].

در خلال سال‌های ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۲ آشیل و همکاران در پژوهش‌های تجربی و عددی، چهار نوع مولدگردابه زیرلایه-مرزی (گوه پیشرو^۲، گوه پسرو^۳، تک پره^۴ و پره‌های پاد چرخشی^۵ با شکل مثلی) را مورد بررسی قرار دادند (شکل ۱ را ببینید).



شکل ۱- انواع مولد گردابه زیرلایه مرزی

نخستین بار پرائنتل بیان نمود که به دلیل اصطکاک، ذرات سیال در نزدیکی دیواره حرکت آهسته‌تری دارند و سرعت سیال روی دیواره برابر صفر است. پرائنتل در تئوری لایه مرزی خود برای یک جریان دو بعدی پایا نحوه جدایش جریان و خصوصیات آن را توضیح داده است. براساس تئوری پرائنتل، با اعمال یک گرادیان فشار مثبت به جریان، از سرعت جریان کاسته می‌شود، تا جایی که سیال به حالت سکون درآید و در ادامه اگر گرادیان فشار مثبت افزایش یابد، جهت جریان معکوس شده که منجر به جدایش جریان خواهد شد. معیاری که پرائنتل برای شناسایی نقطه جدایش بیان کرد، صفر شدن تنش برشی روی دیواره است. به دلیل مضر بودن پدیده جدایش جریان که منجر به افزایش شدید پسای فشاری و اتلاف زیاد انرژی می‌شود، کنترل جریان یک امر مهم در جهت کاهش این اثرات و در نتیجه بهبود عملکرد وسایل پرنده است. کنترل جریان به عنوان راه‌حلی برای تغییر ویژگیهای میدان جریان سیال با هدف بهینه کردن رفتار میدان جریان در جهت خواسته‌های کاربر، تعریف می‌شود [۱]. در این فلسفه با انتقال انرژی به لایه مرزی و اصلاح پروفیل لایه مرزی در نزدیکی سطح با روش‌های کنترلی با استفاده از رویکردها و وسایلی مانند: مکش، دمش، دیواره متحرک، زبری، پلازما و مولدگردابه از جدایش جریان جلوگیری می‌شود [۱].

یک رویکرد مناسب برای کنترل جریان، استفاده از مولدگردابه است. مولدهای گردابه با انتقال انرژی از لایه‌های بالاتر جریان نسبت به دیواره به جریان لایه مرزی نزدیک به دیواره، سبب تغییر جریان لایه مرزی از حالت آرام به آشفته می‌شوند. در این شرایط انرژی جنبشی لایه مرزی افزایش پیدا می‌کند. این افزایش انرژی صرف غلبه بر گرادیان فشار مثبت می‌شود که در نهایت منجر به جلوگیری از جدایش لایه مرزی و در ادامه جدایش جریان می‌شود [۲]. ایده استفاده از مولدگردابه برای جلوگیری از جدایش، نخستین بار توسط تیلور در ژوئن ۱۹۴۷ بیان شد [۳].

بعد از معرفی مولدگردابه توسط تیلور، تحقیقات فراوانی در رابطه با انواع مولدگردابه و شکل ظاهری آنها انجام شد که منجر به پیدایش انواع مختلف مولدهای گردابه گردید که دارای ابعادی بزرگتر از لایه مرزی بودند [۴].

¹ Sub boundary-layer vortex generators

² Forwards Wedge

³ Backwards Wedge

⁴ Single Vane

⁵ Counter rotating Vanes

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}^{LES}) \quad (5)$$

روش‌های ترکیبی RANS-LES قادر به ایجاد یک رفتار RANS گونه درون لایه‌مرزی در نزدیکی دیواره جامد و یک رفتار LES گونه در مناطق دارای جریان‌های برشی آزاد مانند مناطق دارای گردابه هستند. روش شبیه‌سازی اتخاذ شده در این پژوهش شامل مدل‌های آشفتگی ترکیبی DES و SDES است که ترکیبی از رهیافت آشفتگی RANS و رویکرد LES است. با تعریف L_t به عنوان مقیاس طول شبکه^۴ در رهیافت آشفتگی RANS با مدل K- ω SST ارائه شده توسط منتر، روشی برای انتقال حل معادلات حاکم بر جریان از رهیافت آشفتگی RANS و رویکرد LES ایجاد می‌شود [۱۹]. مدل آشفتگی K- ω SST، مدلی دو معادله‌ای از رهیافت آشفتگی RANS است که در آن K انرژی جنبشی آشفتگی و ω نرخ اتلاف آشفتگی است.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho K) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho K U_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \omega U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (7)$$

$$L_t = \frac{\sqrt{K}}{\omega \beta^*} \quad (8)$$

در روابط K و ω ، G_K انرژی جنبشی آشفتگی تولید شده، G_ω لزجت جنبشی آشفتگی تولید شده، Y_K و Y_ω اتلاف K و ω توسط آشفتگی، Γ_K و Γ_ω میزان انتشار و پخش K و ω ، S_K و S_ω جمله چشمه و D_ω نشان دهنده اختلاف انتشار ω می‌باشند [۱۸]. در رابطه L_t ، عبارت β^* یک مقدار ثابت برای کالیبراسیون مدل به میزان ۰/۰۹ است [۱۹]. برای مدل ترکیبی DES، عبارت Y_K به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن $C_{DES} = ۰/۶۱$ و Δ_{max} برابر با بیشترین طول یک سلول محاسباتی است.

همانطور که بیان شد، می‌توان جریان حول ایرفویل و مولدگردابه را شبیه‌سازی عددی نمود. این شبیه‌سازی را می‌توان هم با مدل‌سازی آشفتگی به وسیله روش مدل‌سازی آشفتگی RANS و هم با حل مستقیم معادلات ناویر-استوکس^۱ با رویکرد LES^۲ انجام داد [۱۹].

رهیافت آشفتگی RANS براساس میانگین‌گیری زمانی از معادلات ناویر-استوکس عمل می‌کند. معادلات جریان در رهیافت آشفتگی RANS در واقع به تجزیه و تحلیل خواص جریان در یک جزء پایدار میانگین‌گیری شده و یک جزء متغیر با زمان می‌پردازند ($u(t) = U + u'(t)$). این دو مفهوم در معادلات ناویر-استوکس اعمال می‌شوند که در نهایت معادلات حاکم بر جریان در رهیافت آشفتگی RANS به شکل معادلات ۱ و ۲ می‌باشند [۱۹].

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ij}) \quad (2)$$

در معادلات بالا $\bar{\tau}_{ij}$ تانسور تنش رینولدز است که برابر با $\bar{\tau}_{ij} = -\rho \bar{u}'_i u'_j$ است.

از طرف دیگر رویکرد LES مبتنی بر یک عمل فیلتراسیون (معادله ۳) است. در این روش، گردابه‌های بزرگ حل و گردابه‌های کوچک مدل‌سازی می‌شوند. این روش از روش‌های RANS دقیق‌تر و از روش شبیه‌سازی مستقیم DNS^۳ کم دقت‌تر ولی بسیار کم هزینه‌تر است. تجزیه و تحلیل متغیرهای جریان همانند قبل به صورت $u_i = \bar{u}_i + u'_i$ است با این تفاوت که مقدار قابل قبول حل و u'_i مقادیر زیر شبکه‌ای می‌باشند؛ بنابراین در رویکرد LES معادلات حاکم بر جریان به صورت معادلات ۴ و ۵ درمی‌آیند که τ_{ij}^{LES} تانسور تنش زیر شبکه‌ای است [۱۹].

$$\bar{u}_i(\bar{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\bar{x} - \bar{x}') u(\bar{x}') d\bar{x}' \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

¹ Navier-Stokes

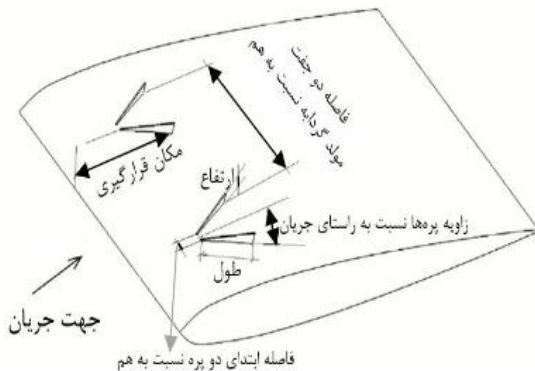
² Large-Eddy Simulation

³ Direct Numerical Simulation

⁴ Grid Length Scale

جدول ۱- پارامترهای مولدگردابه دو پره پاد چرخشی

پارامتر	مقدار
مکان قرارگیری (درصد طول وتر)	۰/۲۰، ۰/۳۰ و ۰/۴۰
ارتفاع (نسبت به ضخامت لایه مرزی)	۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱
طول	۲ برابر ارتفاع مولد گردابه
فاصله ابتدای دو پره نسبت به هم	۱/۵ برابر ارتفاع مولد گردابه
فاصله دو جفت مولد گردابه نسبت به هم	۶ برابر ارتفاع مولد گردابه
زاویه پره‌ها نسبت به راستای جریان	۱۸ درجه



شکل ۲- مولد گردابه دوپره پاد چرخشی و پارامترهای آن

همراه مولدگردابه با ابعاد و جایگذاری‌های مختلف روی آن در نظر گرفته می‌شود که ضخامت ایرفویل در این حالت بسته به ابعاد مولدگردابه متغیر است؛ زیرا فاصله دو جفت مولدگردابه نسبت به هم با ارتفاع مولدگردابه تغییر می‌کند. در حالت دوم از یک جفت مولدگردابه روی ایرفویل استفاده شده تا با استفاده از شرط مرزی تکرار شونده^۱، هم از تعداد شبکه ایجاد شده کاسته شود و هم هزینه محاسباتی کاهش یابد.

برای رسم هندسه و شبکه‌بندی از نرم‌افزار گمبیت^۲ استفاده شده است. شبکه‌بندی انجام شده از نوع باسازمان^۳ و شبکه لایه‌مرزی به گونه‌ای است که γ^+ کمتر از یک یا حداکثر یک شود. طول سلول‌های شبکه محاسباتی بر روی

$$Y_K = \rho \beta^* k \omega F_{DES} \quad (9)$$

$$F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{DES} \cdot \Delta_{max}}, 1\right) \quad (10)$$

اگر $L_t < C_{DES} \Delta_{max}$ شود، معادلات جریان با استفاده از رهیافت RANS و اگر $L_t \geq C_{DES} \Delta_{max}$ شود، معادلات جریان با رویکرد LES حل می‌شوند [۱۹].

برای مدل ترکیبی SDES، عبارت Y_K با کمی اصلاح به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن $C_{SDES} = 0/4$ و همچنین f_{SDES} تابعی برای حفاظت از لایه‌مرزی است که توسط رهیافت آشفستگی RANS ایجاد می‌شود.

$$Y_{K,SDES} = \rho \beta^* k \omega F_{SDES} \quad (11)$$

$$F_{SDES} = \left[\max\left(\frac{L_t}{C_{SDES} \cdot \Delta_{SDES}} (1 - f_{SDES}), 1\right) - 1 \right] \quad (12)$$

اگر $L_t < \frac{C_{SDES} \Delta_{SDES}}{1 - f_{SDES}}$ شود، معادلات جریان با استفاده از رهیافت RANS و اگر $L_t \geq \frac{C_{SDES} \Delta_{SDES}}{1 - f_{SDES}}$ شود، معادلات جریان با رویکرد LES حل می‌شوند [۱۹].

۴- حل عددی

۴-۱- هندسه و شبکه‌بندی

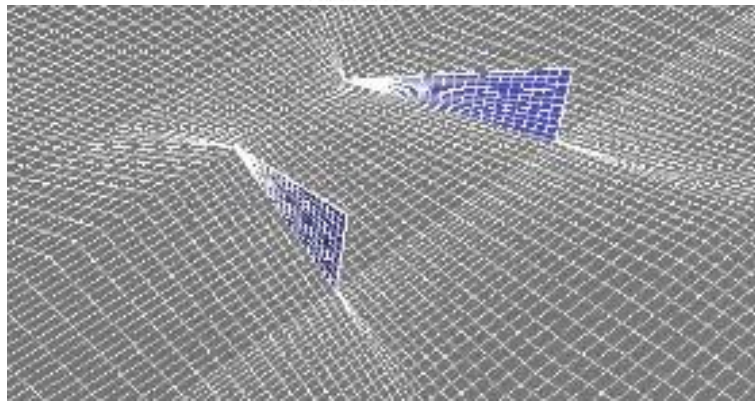
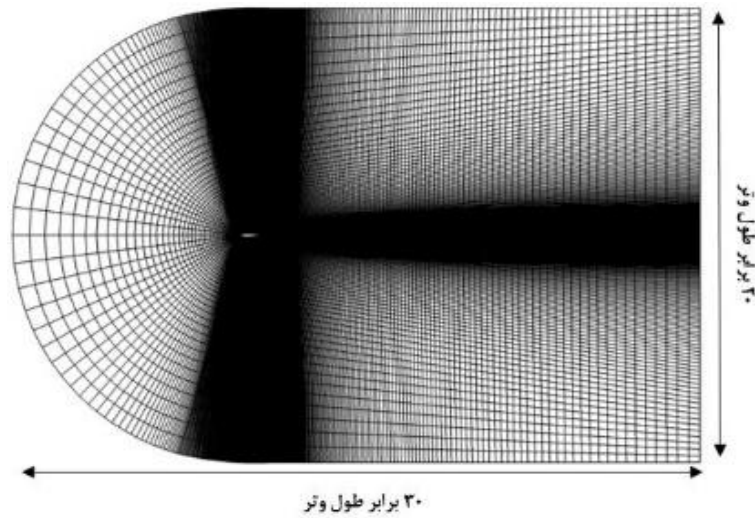
هندسه‌های مورد نظر در این پژوهش ایرفویل NACA 2412 با طول وتر ۰/۲۶۸ متر و مولدگردابه دوپره پاد چرخشی معرفی شده در پژوهش آشیل و همکاران [۱۱] می‌باشند. در شکل ۲ هندسه مولدگردابه دو پره پاد چرخشی به همراه پارامترهای آن به نمایش درآمده است. در مجموع مولدگردابه دو پره پاد چرخشی، ۶ پارامتر دارد که در این پژوهش به بررسی مکان آن بر روی سطح بالای ایرفویل و ارتفاع آن پرداخته شده است و چهار پارامتر دیگر مقادیر ثابتی دارند. برای مقادیر چهار پارامتر دیگر، از نتایج گودارد و استانیسلاس [۱۴] استفاده شده که وانگ و همکاران [۱۸] نیز از همین مقادیر برای پارامترها استفاده نموده‌اند. در جدول ۱ این مقادیر آمده است.

در این پژوهش به دو صورت ایرفویل NACA 2412 مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای بار اول ایرفویل بدون مولدگردابه به صورت سه بعدی با ضخامت (طول ایرفویل در جهت سوم) ۰/۰۲ متر در نظر گرفته می‌شود و در حالت دوم ایرفویل به

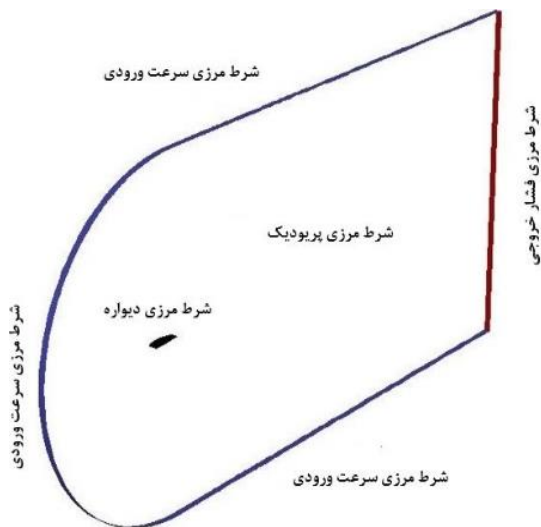
¹ Periodic

² Gambit

³ Structured



شکل ۳- نمایی از فضای محاسباتی و شبکه بندی



شکل ۴- شرط های مرزی

مولدگردابه حداکثر $0/0005$ متر و در دیگر نواحی ایرفویل حداکثر $0/002$ متر است. در شکل ۳ نمایی از فضای محاسباتی و نمای نزدیک از شبکه بندی بر روی مولدگردابه قابل مشاهده است.

۲-۴- شرایط مرزی

در این پژوهش از چهار نوع شرط مرزی سرعت ورودی^۱، فشارخروجی^۲، دیوار^۳ و پریودیک^۴ استفاده شده که در شکل ۴ به نمایش درآمده است. در شرط مرزی سرعت ورودی، سرعت جریان ورودی و در شرط مرزی فشار خروجی،

- ¹ Velocity Inlet
- ² Pressure Outlet
- ³ Wall
- ⁴ Periodic

۴-۴- تنظیمات حل گر

برای شبیه‌سازی از نرم‌افزار انسیس فلونت نسخه ۱-۱۹ استفاده شده است. در ابتدا نوع حل گر فشار مبنای انتخاب می‌شود؛ چون در عدد ماخ کمتر از ۰/۳، چگالی ثابت و این نوع حل گر مناسب‌تر است. نوع جریان متغیر با زمان در نظر گرفته شده است. گام زمانی از رابطه زیر محاسبه می‌شود که در آن C طول وتر ایرفویل و U سرعت جریان ورودی است [۱۹]:

$$\Delta t = \frac{0.01 C}{U} \quad (13)$$

با استفاده از رابطه بالا گام زمانی ۰/۰۰۰۲۶ ثانیه بدست آمده‌است. برای حل ناپایا در هر گام زمانی ۲۵ تکرار در حل انجام می‌شود. برای الگوریتم حل روش سیمپل انتخاب شده و نوع گسسته‌سازی معادلات به صورت پیش‌فرض است؛ همچنین ضرایب تخفیف^۲ ۰/۲ قرار داده شده است. معیار همگرایی برای حل بگونه‌ای است که ضرایب برآ و پسا در هر گام زمانی ثابت و یا نوسانات تکراری و مشابه داشته باشند.

۵- نتایج

۵-۱- استقلال نتایج از تعداد شبکه در شبیه‌سازی

قبل از آنکه به شبیه‌سازی عددی پرداخته شود، باید از عدم تاثیرپذیری نتایج از تعداد و ابعاد شبکه محاسباتی اطمینان حاصل شود. برای این کار، استقلال نتایج از تعداد شبکه بر روی ایرفویل بدون مولدگردابه در زاویه حمله ۱۵ درجه در شکل ۵ آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، از تعداد شبکه ۲۲۵۰۰۰۰ به بیشتر نتایج مستقل از تعداد شبکه است.

۵-۲- اعتبارسنجی حل عددی

برای انجام شبیه‌سازی در ابتدا باید از صحت حل عددی اطمینان حاصل شود. برای انجام این کار یک اعتبارسنجی با مدل آشفتگی SDES روی ایرفویل NACA 4415 با مولدگردابه با یکی از نتایج تجربی مدنی و همکاران [۱۷] و اعتبارسنجی دیگری با مدل آشفتگی DES و K- ω SST بر

مقدار فشار در مرز خروجی اعمال می‌شود. شرط مرزی دیوار برای سطح ایرفویل و مولدگردابه اعمال می‌شود و با اعمال شرط عدم لغزش، سرعت روی دیواره نیز صفر است.

۴-۳- مدل آشفتگی

در این پژوهش از دو مدل آشفتگی DES و SDES طبق پیشنهاد مرو و همکاران [۱۹] استفاده شده است. برای شبیه‌سازی ایرفویل بدون مولدگردابه از مدل DES و در شبیه‌سازی ایرفویل با مولدگردابه از مدل SDES استفاده شده است. دلیل این گونه انتخاب، حساسیت بیشتر مدل DES به جدایش جریان نسبت به مدل SDES است و از آنجایی که در حالت ایرفویل بدون مولدگردابه جدایش جریان شدیدتری صورت می‌گیرد، این انتخاب‌ها مناسب به نظر می‌رسد. تنظیمات دو مدل همانند پژوهش مرو و همکاران [۱۹] است که در جداول ۲ و ۳ آمده است.

جدول ۲- تنظیمات مدل آشفتگی DES

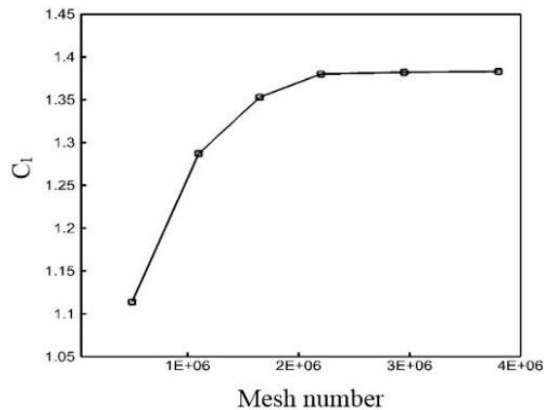
Model	Detached Eddy Simulation
RANS model	K- ω SST
k- ω options	None
DES options	None
Options	Production limiter
Model constants	Default

جدول ۳- تنظیمات مدل آشفتگی SDES

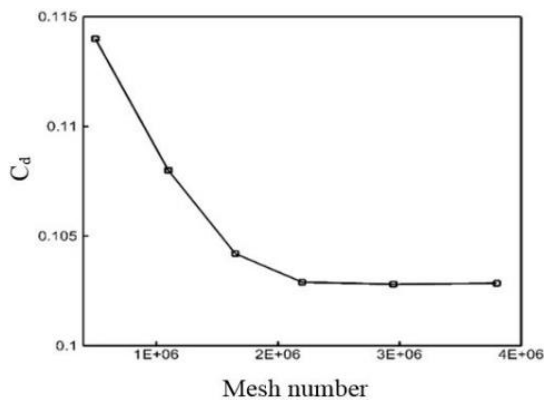
Model	k- ω
k- ω model	SST
k- ω options	None
Options	Production limiter
Model constants	Default
Hybrid model	SDES

¹ Pressure-Based

² Under Relaxation Factors



(الف)



(ب)

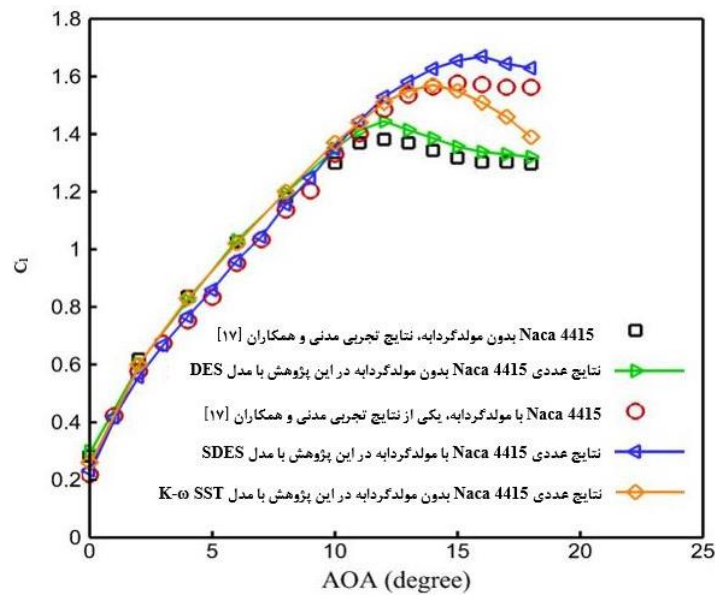
شکل ۵- استقلال از تعداد شبکه ایرفویل بدون مولدگردابه

در زاویه حمله ۱۵ درجه؛ الف) برآ و ب) پسا

روی ایرفویل NACA 4415 بدون مولدگردابه از نتایج مدنی و همکاران [۱۷] انجام شده که در شکل ۶ به نمایش درآمده‌اند. همان گونه که از شکل ۶ مشخص است، صحت حل عددی و دقت مدل‌های SDES و DES نسبت به مدل K- ω SST مورد تایید می‌باشد. در این اعتبارسنجی حداکثر خطای مدل DES ۴/۵٪ در زاویه حمله ۱۲ درجه است؛ در حالی که حداکثر خطای مدل K- ω SST ۱۷/۶٪ بوده و با دو درجه خطا، زاویه واماندگی را ۱۴ درجه نشان می‌دهد. حداکثر خطای مدل SDES ۶/۱٪ در زاویه حمله ۱۶ درجه است.

۵-۳- شبیه‌سازی ایرفویل بدون مولدگردابه

پس از معلوم شدن ابعاد لازم برای سلول‌های شبکه محاسباتی و صحت حل عددی، شبیه‌سازی انجام می‌گیرد. ابتدا ایرفویل بدون مولدگردابه با مدل آشفتگی DES شبیه‌سازی می‌شود تا مشخصات جریان مانند نقطه جدایش، ضخامت لایه مرزی و نیروهای آیرودینامیکی بدست آید. نمودار ضرایب برآ، پسا و نسبت برآ به پسا بدست آمده از شبیه‌سازی عددی در شکل ۷ به نمایش درآمده است. بیشینه نیروی برآ در زاویه حمله ۱۵ درجه به میزان ۱/۳۸ است که زاویه واماندگی است.



شکل ۶- اعتبارسنجی حل عددی

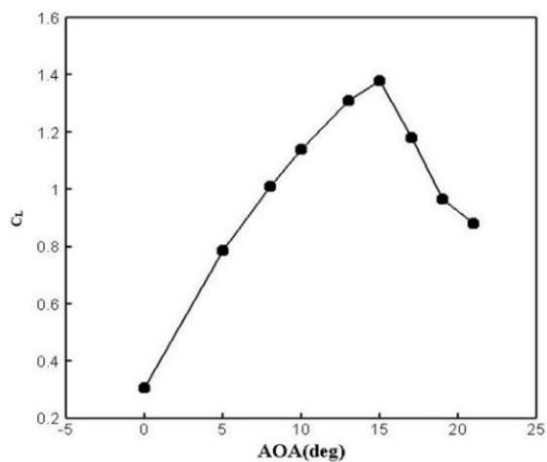
در شکل ۸ خطوط جریان به همراه کانتور سرعت برای زوایای حمله ۱۰، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ درجه به نمایش درآمده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش زاویه حمله ناحیه جدایش رشد می‌کند و بعد از زاویه ۱۵ درجه حالت واماندگی اتفاق می‌افتد که سبب افزایش شدید ناحیه جدایش جریان و پسا و کاهش نیروی برآ می‌شود؛ همچنین در زاویه حمله ۱۹ درجه جریان به طور کامل از سطح بالایی ایرفویل جدا شده است.

پس از آن که شبیه‌سازی ایرفویل بدون مولدگردابه در زوایای حمله مختلف انجام شد می‌توان با رسم نمودار تنش برشی بر روی سطح بالایی ایرفویل و پیدا کردن مکانی که در آن تنش برشی صفر است، نقطه جدایش را تعیین کرد. برای صحت از نتایج نمودار تنش برشی، کانتور بردار سرعت نیز در مکان‌های پیدا شده رسم می‌شود تا با دیدن شروع جریان بازگشتی از آن مکان، نقاط جدایش بدست آمده تایید شود. این امر برای زوایای حمله ۵، ۸، ۱۰، ۱۳، ۱۵ و ۱۷ درجه انجام شده و نتایج در جدول شماره ۴ آمده است. همچنین برای نمونه در شکل ۹ نمودار تنش برشی روی سطح بالایی ایرفویل در زاویه حمله ۱۵ درجه رسم شده که دایره قرمز نمایانگر تنش برشی صفر و نقطه جدایش در مکان ۳۶/۱۹٪ از طول وتر است.

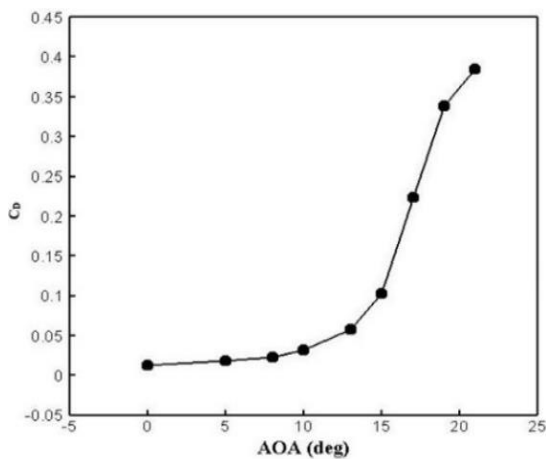
مکان‌های قرارگیری مولدگردابه که در این پژوهش بررسی شده است، از داده‌های جدول ۴ انتخاب شده‌اند. این انتخاب به گونه‌ای بوده که مولدگردابه قبل از نقطه جدایش قرار گیرد. بدین صورت که مکان ۲۰٪ طول وتر قبل از نقطه

جدول ۴- مکان نقطه جدایش در زوایای حمله مختلف

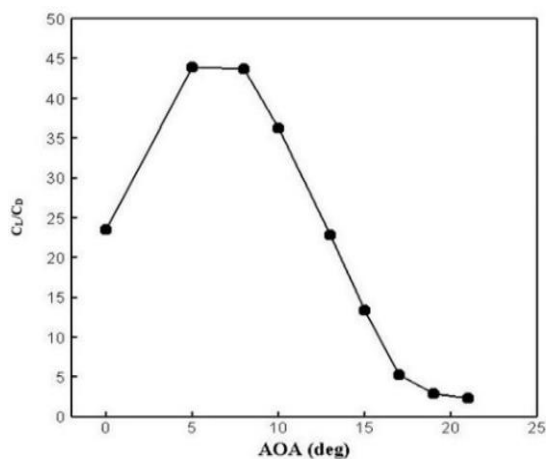
زاویه حمله	مکان نقطه جدایش (درصد طول وتر از لبه حمله)
۵	٪۸۹/۹۲
۸	٪۸۳/۲
۱۰	٪۶۹/۷۸
۱۳	٪۴۴/۷۷
۱۵	٪۳۶/۱۹
۱۷	٪۲۷/۶۱



(الف)



(ب)

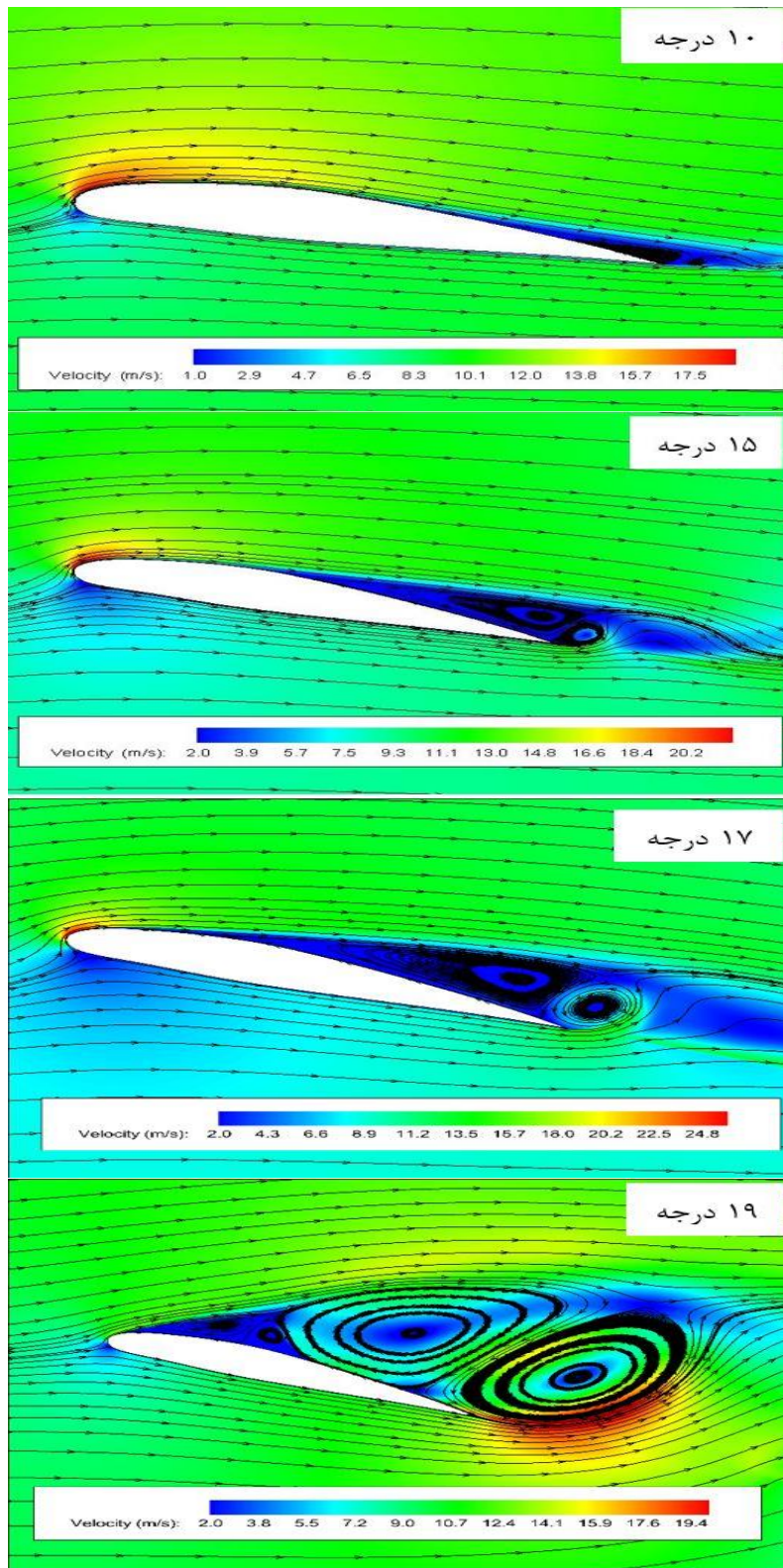


(ج)

شکل ۷- نمودار تغییرات ضریب نیروهای آیرودینامیکی

نسبت به زاویه حمله؛ الف) برآ، ب) پسا و

ج) نسبت برآ به پسا



شکل ۸- خطوط جریان به همراه کانتور سرعت برای ایرفویل بدون مولدگردابه

جدول ۵- ضخامت لایه مرزی در مکان‌های قرارگیری

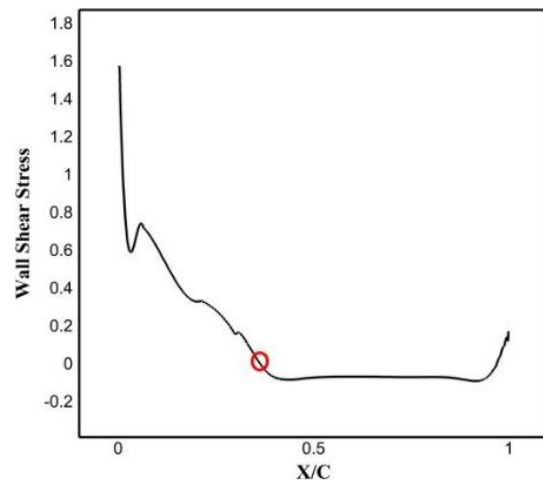
مولدگردابه		
مکان قرارگیری مولدگردابه	زاویه‌ای که باید ضخامت لایه مرزی اندازه‌گیری شود	ضخامت لایه مرزی δ (متر)
٪۲۰	۱۷	۰/۰۰۳۸
٪۳۰	۱۵	۰/۰۰۴۷
٪۴۰	۱۳	۰/۰۰۵۱

بررسی در سه مکان مختلف (٪۲۰، ٪۳۰ و ٪۴۰ طول وتر) بر روی سطح بالای ایرفویل، در فاصله‌های ۰/۱۰۵۳، ۰/۱۰۸ و ۰/۱۰۷ متر از لبه حمله و پنج ارتفاع برای مولدگردابه (۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱ برابر ضخامت لایه مرزی مشخص شده) در هر مکان، انجام می‌شود. در این بخش نتایج حاصل از این بررسی آورده شده است.

در ابتدا جهت اطمینان از مقدار γ^+ ، میزان γ^+ در تمامی شبکه‌های روی سطح ایرفویل و مولدگردابه در شکل ۱۰ به نمایش درآمده که کمتر از یک است.

در شکل ۱۱ اثر مولدگردابه در مکان ٪۲۰ طول وتر و ارتفاع‌های ۰/۲ تا ۱ برابر ضخامت لایه مرزی بر روی ایرفویل NACA 2412 در ضرایب برآ، پسا و نسبت برآ به پسا به نمایش درآمده است. همان گونه که از شکل ۱۱ و جدول ۶ مشخص است، در زوایای حمله بیشتر از ۱۰ درجه، با افزایش ارتفاع مولدگردابه، ضریب برآ افزایش، ضریب پسا کاهش و نسبت برآ به پسا افزایش می‌یابد. در این زوایای حمله به دلیل بزرگ بودن ناحیه جدایش، انرژی مورد نیاز برای غلبه بر گرادیان فشار مثبت و جلوگیری از جدایش جریان زیاد است.

با افزایش ارتفاع مولدگردابه، لایه‌هایی از جریان که دارای انرژی جنبشی بیشتری می‌باشند، با جریان نزدیک سطح مخلوط می‌شوند که منجر به افزایش بیشتر آشفتگی و انرژی لایه مرزی و جریان بر روی سطح می‌شود. پس هرچه ارتفاع مولدگردابه بیشتر باشد، جدایش جریان بیشتر به تاخیر می‌افتد. این امر به خوبی در زاویه حمله ۱۷ درجه قابل مشاهده است. در شکل ۱۲ با رسم کانتور سرعت به همراه خطوط جریان، تاثیر افزایش ارتفاع مولدگردابه به نمایش درآمده است.



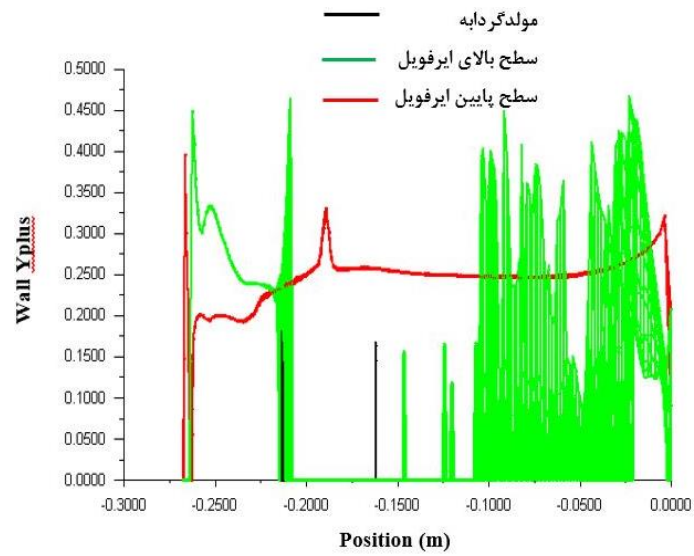
شکل ۹- نمودار تنش برشی بر روی سطح بالایی ایرفویل در زاویه حمله ۱۵ درجه

جدایش در زاویه حمله ۱۷ درجه، مکان ٪۳۰ طول وتر قبل از نقطه جدایش در زاویه حمله ۱۵ درجه و مکان ٪۴۰ طول وتر قبل از نقطه جدایش در زاویه حمله ۱۳ درجه است.

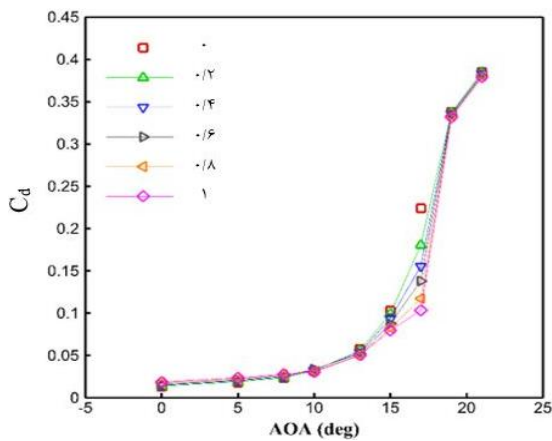
با رسم نمودار سرعت در راستای عمود بر سطح در نقاط مورد نظر محدوده لایه مرزی مشخص می‌شود. ضخامت لایه مرزی از سطح ایرفویل شروع شده و تا جایی خاتمه می‌یابد که سرعت به ۰/۹۹ سرعت جریان آزاد برسد. در این پژوهش ارتفاع مولدگردابه نسبت به ضخامت لایه مرزی بررسی می‌شود؛ اما ضخامت لایه مرزی در یک مکان خاص بر روی ایرفویل در زوایای حمله مختلف، متفاوت است. از آنجایی که نیاز به یک ضخامت لایه مرزی ثابت و مرجع است، برای هر مکان قرارگیری مولدگردابه، ضخامت لایه مرزی مربوط به زاویه حمله مرتبط با آن مکان قرارگیری انتخاب می‌شود. بدین صورت که برای قرارگیری مولدگردابه در ٪۲۰ طول وتر، ضخامت لایه مرزی مورد نظر، ضخامت لایه مرزی در ٪۲۰ طول وتر برای زاویه حمله ۱۷ درجه است. برای مابقی مکان‌های قرارگیری نیز به همین صورت است. در جدول ۵ ضخامت‌های لایه مرزی آورده شده است.

۵-۴- شبیه‌سازی ایرفویل با مولدگردابه

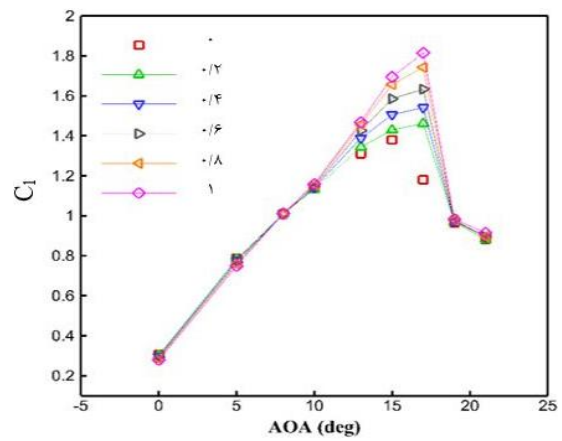
قسمت اصلی پژوهش بررسی اثر مولدگردابه دوبره پاد چرخشی بر روی عملکرد ایرفویل NACA 2412 است. این



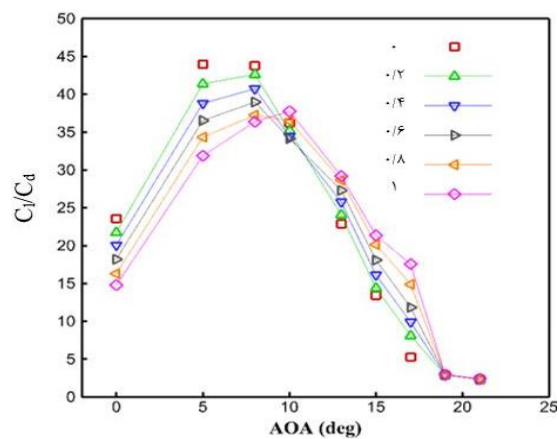
شکل ۱۰- میزان y^+ در تمامی شبکه‌های روی سطح ایرفویل و مولدگردابه



(ب)



(ف)

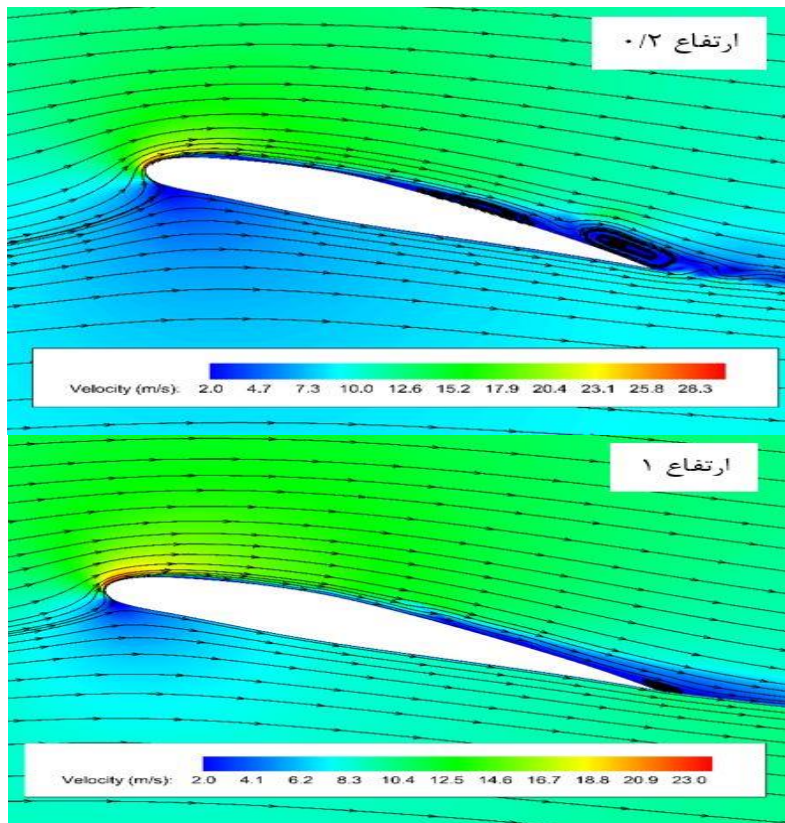


(ج)

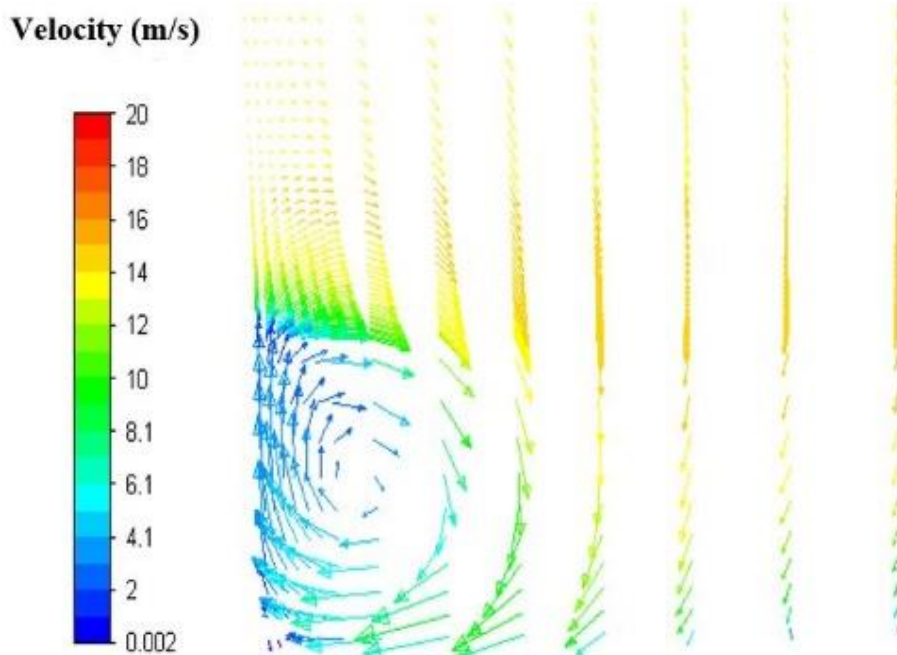
شکل ۱۱- اثر مولدگردابه قرار گرفته در ۲۰٪ طول وتر؛ الف) برآ، ب) پسا و ج) نسبت برآ به پسا

جدول ۶- درصد تغییرات نسبت برآ به پسا در زوایای حمله مختلف نسبت به ارتفاع مولدگردابه بر حسب ضخامت لایه مرزی هنگامی که مولدگردابه در مکان ۲۰ درصد طول وتر قرار دارد

۱	ارتفاع					زاویه حمله
	۰/۸	۰/۶	۰/۴	۰/۲	۰	
-۳۷/۱	-۳۰/۸	-۲۲/۷	-۱۴/۷	-۷/۶	۰	
-۲۷/۵	-۲۱/۹	-۱۶/۹	-۱۱/۷	-۵/۸	۵	
-۱۶/۸	-۱۴/۹	-۱۰/۹	-۶/۹	-۲/۵	۸	
۴/۲	۰/۷	-۲/۷	-۲/۹	-۲/۸	۱۰	
۲۷/۶	۲۵/۲	۱۹/۴	۱۲/۶	۵/۳	۱۳	
۵۹/۱	۵۰/۲	۳۴/۸	۲۰/۱	۷/۳	۱۵	
۲۳۳/۰۳	۱۸۲/۵	۱۲۴/۶	۸۸/۱	۵۳/۷	۱۷	
۳/۹	۳/۱	۲/۳	۱/۴	۰/۸	۱۹	



شکل ۱۲- کانتور سرعت به همراه خطوط جریان برای ایرفویل با مولدگردابه در ۲۰٪ طول وتر با ارتفاع‌های ۰/۲ و ۱ برابر ضخامت لایه مرزی در زاویه حمله ۱۷ درجه



شکل ۱۳- کانتور بردارهای سرعت بعد از یک مولدگردابه درون لایه مرزی

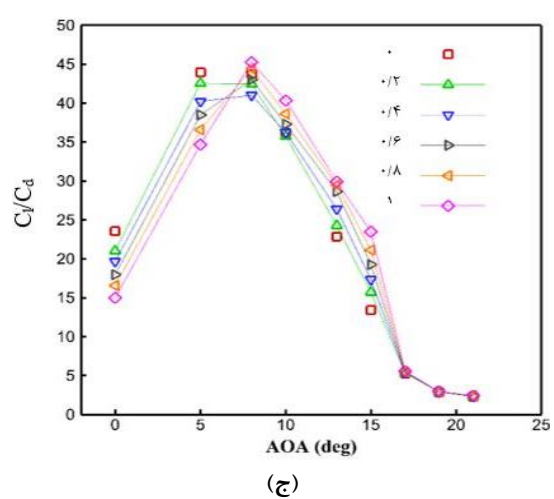
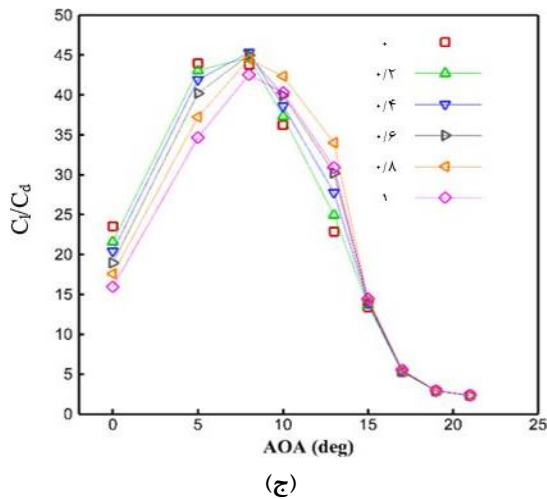
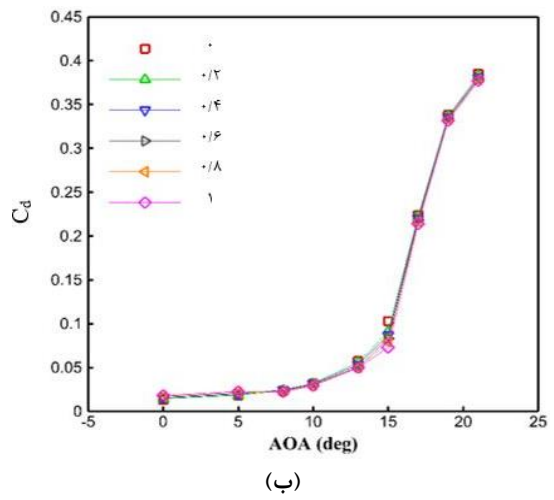
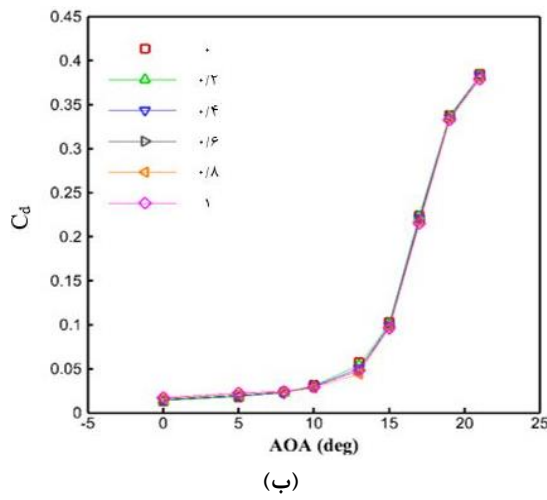
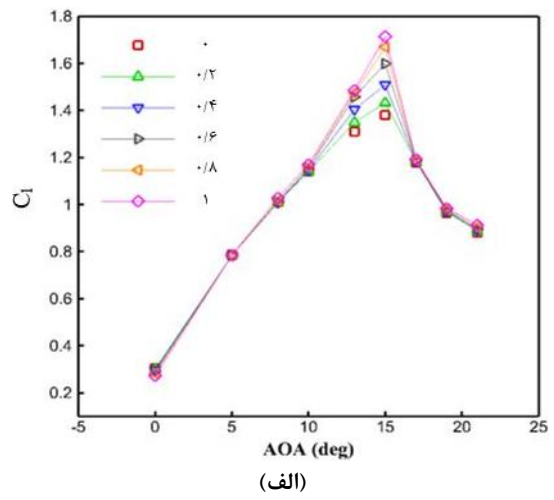
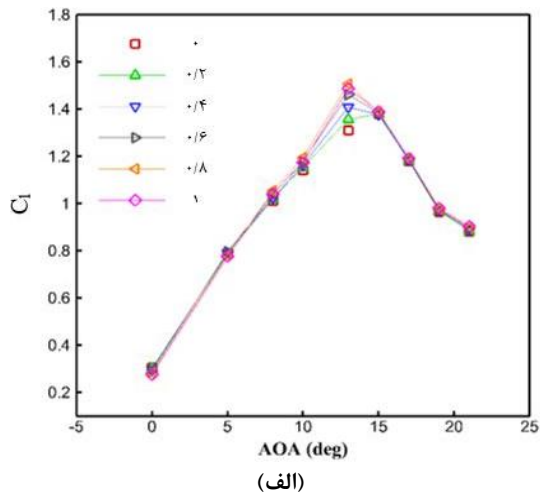
جدایش قرار می‌گیرد، پس تاثیری در کاهش ناحیه جدایش ندارد.

اشکال ۱۴ و ۱۵ و جداول ۷ و ۸ به ترتیب نشان دهنده اثر مولدگردابه قرار گرفته در مکان‌های ۳۰٪ و ۴۰٪ طول وتر می‌باشند که تجزیه و تحلیل آنها همانند شکل ۱۰ است.

از طرفی دیگر هرچه مکان قرارگیری مولدگردابه به سمت ۴۰٪ طول وتر می‌رود، تاثیر مطلوب مولدگردابه بر زوایای حمله ۱۰ و ۸ درجه بیشتر می‌شود. در شکل ۱۰ هنگامی که مولد گردابه در ۲۰٪ طول وتر و ارتفاعی برابر با ضخامت لایه مرزی قرار می‌گیرد، تاثیر مطلوبی در نسبت برآ به پسا در زاویه حمله ۱۰ درجه دارد؛ همچنین هنگامی که مولدگردابه در ۴۰٪ طول وتر قرار دارد، در تمامی ارتفاع‌های مولدگردابه تاثیر مطلوب بر زاویه حمله ۱۰ درجه و در ارتفاع بیشتر از ۰/۲ ضخامت لایه مرزی تاثیر مطلوب بر زاویه حمله ۸ درجه دارد. همان‌طور که بیان شد، دلیل این امر نزدیک شدن مولدگردابه به نقطه جدایش جریان در زوایای حمله ۸ و ۱۰ درجه است و با افزایش ارتفاع، آشفتنگی جریان لایه-مرزی بیشتر و انرژی جریان نزدیک به سطح نیز افزایش می‌یابد.

شکل ۱۳ نشان دهنده کانتور بردارهای سرعت بعد از یک مولدگردابه درون لایه مرزی می‌باشد. همان‌گونه که از شکل مشخص است، مولدگردابه با ایجاد گردابه درون جریان لایه مرزی سبب تغییر شکل جریان لایه مرزی و انتقال جریان با سرعت بیشتر به سمت دیواره و در پی آن افزایش انرژی جنبشی لایه مرزی می‌شود.

برای زوایای حمله کمتر از ۱۰ درجه مولدگردابه کاملاً برعکس عمل می‌کند که این امر در نتایج مراجع [۱۶] و [۱۷] نیز مشاهده می‌شود. در زوایای حمله کمتر از ۱۰ درجه، جدایش جریان بسیار کوچکتر می‌باشد. همچنین فاصله نقطه جدایش در زوایای حمله کمتر از ۱۰ درجه تا مکان قرارگیری مولد بیشتر از آن است که مولدگردابه بتواند با آشفته کردن جریان درون لایه مرزی، بر آنها تاثیر بگذارد؛ بنابراین در زوایای حمله کمتر از ۱۰ درجه نه تنها مولدگردابه تاثیر مطلوبی ندارد، بلکه باعث افزایش پسا و در بعضی موارد کاهش برآ و در مجموع کاهش نسبت برآ به پسا می‌شود. این امر به خوبی در شکل ۱۰-ج قابل مشاهده است که نشان دهنده نسبت برآ به پسا است؛ همچنین در زاویه حمله ۱۹ و ۲۱ درجه چون جریان به طور کامل از سطح بالایی ایرفویل جدا می‌شود و مولدگردابه درون ناحیه



شکل ۱۵- اثر مولدگردابه قرار گرفته در ۴۰٪ طول وتر؛
(الف) برآ، (ب) پسا و (ج) نسبت برآ به پسا

شکل ۱۴- اثر مولدگردابه قرار گرفته در ۳۰٪ طول وتر؛
(الف) برآ، (ب) پسا و (ج) نسبت برآ به پسا

جدول ۷- درصد تغییرات نسبت برآ به پسا در زوایای حمله مختلف نسبت به ارتفاع مولدگردابه بر حسب ضخامت لایه مرزی هنگامی که مولدگردابه در مکان ۳۰٪ طول وتر قرار دارد

۱	۰/۸	۰/۶	۰/۴	۰/۲	ارتفاع	
					زاویه حمله	
-۳۶/۲	-۲۹/۵	-۲۳/۶	-۱۶/۴	-۱۰/۵	۰	
-۲۱/۱	-۱۶/۷	-۱۲/۴	-۸/۵	-۳/۲	۵	
۵/۸	۱/۵	-۱/۶	-۶/۲	-۳/۱	۸	
۱۱/۳	۶/۶	۲/۹	۰/۰۳	-۱/۳	۱۰	
۳۰/۸	۲۸/۸	۲۵/۲	۱۵/۴	۶/۱	۱۳	
۷۵/۰۷	۵۷/۵	۴۳/۶	۲۹/۳	۱۷/۳	۱۵	
۵/۷	۴/۳	۳/۱	۲/۰۷	۱/۱	۱۷	
۳/۸	۳/۳	۲/۱	۱/۲	۰/۸	۱۹	

جدول ۸- درصد تغییرات نسبت برآ به پسا در زوایای حمله مختلف نسبت به ارتفاع مولدگردابه بر حسب ضخامت لایه مرزی هنگامی که مولدگردابه در مکان ۴۰٪ طول وتر قرار دارد

۱	۰/۸	۰/۶	۰/۴	۰/۲	ارتفاع	
					زاویه حمله	
-۳۲/۲	-۲۵/۳	-۱۹/۴	-۱۳/۲	-۸/۳	۰	
-۲۱/۲	-۱۵/۲	-۸/۵	-۴/۶	-۲/۰۴	۵	
-۲/۸	۱/۶	۲/۸	۳/۵	۲/۰۶	۸	
۱۱/۲	۱۶/۸	۱۰/۲	۶/۵	۳/۱	۱۰	
۳۵/۲	۴۸/۶	۳۲/۰۳	۲۱/۴	۹/۰۲	۱۳	
۷/۸	۶/۵	۵/۳	۳/۷	۱/۹	۱۵	
۵/۱	۴/۱	۳/۴	۱/۰۷	۰/۳	۱۷	
۳/۳	۲/۳	۱/۸	۱/۳	۰/۶	۱۹	

بیشتر می‌شود و یا این که مولدگردابه قرار گرفته در ۳۰٪ طول وتر تاثیر مطلوب‌تری نسبت به مولدگردابه قرار گرفته در ۲۰٪ طول وتر بر زاویه حمله ۱۵ درجه دارد؛ همچنین مولدگردابه قرار گرفته در ۴۰٪ طول وتر تاثیر مطلوب‌تری

در زوایای حمله بزرگ نیز به همین صورت است. همان گونه که از اشکال ۱۱، ۱۴ و ۱۵ و جداول ۶، ۷ و ۸ مشاهده می‌شود، هرچه مکان قرار گیری مولدگردابه به سمت ۴۰٪ می‌رود، تاثیر مطلوب مولدگردابه بر زاویه حمله ۱۳ درجه

- در مکان ۳۰٪ طول وتر مولدگردابه بیشترین تاثیر مطلوب را بر زاویه حمله ۱۵ درجه دارد.
- در مکان ۲۰٪ طول وتر مولدگردابه بیشترین تاثیر مطلوب را بر زاویه حمله ۱۷ درجه دارد.
- در همه موارد، مولدگردابه بر زوایای حمله ۰ و ۵ درجه تاثیر نامطلوبی دارد.

۷- علایم

علایم لاتین

زاویه حمله ایرفویل (deg)	AOA
طول وتر ایرفویل (m)	C
ضریب نیروی پسا	C_D
ضریب نیروی برآ	C_L
Detached-Eddy Simulation	DES
انرژی جنبشی آشفتگی	K
Large-Eddy Simulation	LES
فشار استاتیک (pa)	P
Reynolds Averaged Navier-Stokes	RANS
عدد رینولدز	Re
Shielded Detached-Eddy Simulation	SDES
زمان (s)	t
سرعت جریان ($\frac{m}{s}$)	U
تابع حاکم بر دیواره	y^+
ضخامت لایه مرزی (m)	δ
لزجت سینماتیک ($\frac{m^2}{s}$)	ν
چگالی ($\frac{kg}{m^3}$)	ρ
تانسور	τ
اتلاف مخصوص آشفتگی	ω

۸- مراجع

[1] Gad-el Hak M (2006) Flow control: Passive, active, and reactive flow management. Cambridge University Press.

نسبت به مولد قرار گرفته در ۲۰٪ و ۳۰٪ طول وتر بر زاویه حمله ۱۳ درجه دارد. دلیل تمامی این موارد نزدیک بودن و مطلوب بودن فاصله مولدگردابه تا نقطه جدایش این زوایای حمله است.

اما در همه موارد، مولدگردابه بر زوایای حمله ۰ و ۵ درجه تاثیر نامطلوبی دارد که دلیل آن فاصله زیاد مولدگردابه تا نقطه جدایش در زاویه حمله ۵ درجه و ناچیز بودن میزان جدایش در زاویه حمله ۵ درجه و عدم جدایش در زاویه حمله ۰ درجه است. تمامی این دلایل باعث می‌شوند تا مولدگردابه نه تنها در این زوایا مفید واقع نشود، بلکه با آشفتگی کردن لایه مرزی باعث افزایش پسا و کاهش ناچیز برآ شود.

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی مکان قرارگیری و ارتفاع مولدگردابه دویره پاد چرخشی بر روی ایرفویل NACA 2412 در سرعت ۱۰ متر بر ثانیه پرداخته شد. در ابتدا ایرفویل مورد نظر بدون مولدگردابه با مدل آشفتگی DES شبیه‌سازی شد. بیشینه نیروی برآ در زاویه حمله ۱۵ درجه به میزان ۱/۳۸ که زاویه واماندگی است. در ادامه به شبیه‌سازی ایرفویل با مولدگردابه با مدل آشفتگی SDES پرداخته شد.

مادامی که مولدگردابه در ۲۰٪ طول وتر قرار می‌گیرد برای زوایای حمله بیشتر از ۱۰ درجه با افزایش ارتفاع مولدگردابه تاثیر مطلوب مولد گردابه افزایش می‌یابد و هرچه ارتفاع مولدگردابه بیشتر باشد، از جدایش جریان بیشتر جلوگیری می‌شود؛ اما برای زوایای حمله کمتر از ۱۰ درجه مولدگردابه تاثیر نامطلوبی دارد. با قرارگیری مولدگردابه در ۲۰٪ طول وتر در هر ارتفاع، زاویه واماندگی از ۱۵ درجه به ۱۷ درجه می‌رسد. به طور کلی مشاهده شد که:

- هنگامی که مولدگردابه در ناحیه جدایش جریان قرار می‌گیرد تاثیری در کاهش ناحیه جدایش ندارد.
- هرچه مکان قرارگیری مولدگردابه به سمت ۴۰٪ طول وتر می‌رود، تاثیر مطلوب مولدگردابه بر زوایای حمله ۱۰ و ۸ درجه بیشتر می‌شود.
- در مکان ۴۰٪ طول وتر مولدگردابه بیشترین تاثیر مطلوب را بر زوایای حمله ۸ تا ۱۳ درجه دارد.

- generators (SBVGs). 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit 968.
- [13] Allan B, Yao CS, Lin J (2002) Numerical simulations of vortex generator vanes and jets on a flat plate. 1st Flow Control Conference 3160.
- [14] Godard G, Stanislas M (2006) Control of a decelerating boundary layer. Part 1: Optimization of passive vortex generators. *Aerosp Sci Technol* 10(3): 181-191.
- [15] Shan H, Jiang L, Liu C, Love M, Maines B (2008) Numerical study of passive and active flow separation control over a NACA0012 airfoil. *Comput Fluids* 37(8): 975-992.
- [16] Gao L, Zhang H, Liu Y, Han S (2015) Effects of vortex generators on a blunt trailing-edge airfoil for wind turbines. *Renew Energ* 76: 303-311.
- [17] Fouatih OM, Medale M, Imine O, Imine B (2016) Design optimization of the aerodynamic passive flow control on NACA 4415 airfoil using vortex generators. *Eur J Mech B-Fluid* 56: 82-96.
- [18] Wang H, Zhang B, Qiu Q, Xu X (2017) Flow control on the NREL S809 wind turbine airfoil using vortex generators. *Energy* 118: 1210-1221.
- [19] Mereu R, Passoni S, Inzoli F (2019) Scale-resolving CFD modeling of a thick wind turbine airfoil with application of vortex generators: validation and sensitivity analyses. *Energy* 187: 115969.
- [20] Manolesos M, Papadakis G, Voutsinas S.G (2020) Revisiting the assumptions and implementation details of the BAY model for vortex generator flows. *Renew Energ* 146: 1249-1261.
- [21] Palanivendhan M, Chandradass J, Bannaravuri PK, Philip J, Shubham K (2021) Aerodynamic simulation of optimized vortex generators and rear spoiler for performance vehicles. *Materials Today: Proceedings*.
- [22] Anderson JDJ (2010) *Fundamentals of aerodynamics*. Tata McGraw-Hill Education.
- [2] Lin JC (2002) Review of research on low-profile vortex generators to control boundary-layer separation. *Prog Aerosp Sci* 38(4-5): 389-420.
- [3] Taylor HD (1947) The elimination of diffuser separation by vortex generators. Rep R-4012-3 United Aircraft Corporation Research Department.
- [4] Schubauer GB, Spangenberg WG (1960) Spangenberg, Forced mixing in boundary layers. *J Fluid Mech* 8(1): 10-32.
- [5] Kuethe AM (1972) Effect of streamwise vortices on wake properties associated with sound generation. *J Aircraft* 9(10): 715-719.
- [6] Rao D, Kariya T (1988) Boundary-layer submerged vortex generators for separation control-an exploratory study. 1st National Fluid Dynamics Conference 3546.
- [7] Lin JC, Howard FG, Selby GV (1990) Small submerged vortex generators for turbulent flow separation control. *J Spacecraft Rockets* 27(5): 503-507.
- [8] Lin J, Howard F, Bushnell D, Selby G (1990) Investigation of several passive and active methods for turbulent flow separation control. 21st fluid dynamics, plasma dynamics and lasers conference 1598.
- [9] Lin J, Howard F, Selby G (1991) Exploratory study of vortex-generating devices for turbulent flow separation control. 29th aerospace sciences meeting 42.
- [10] Lin J (1999) Control of turbulent boundary-layer separation using micro-vortex generators. 30th Fluid Dynamics Conference 3404.
- [11] Ashill P, Fulker J, Hackett K (2001) Research at DERA on sub boundary layer vortex generators (SBVGs). 39th aerospace sciences meeting and exhibit 887.
- [12] Ashill P, Fulker J, Hackett K (2002) Studies of flows induced by sub boundary layer vortex